

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail

DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION



RESUME THEORIQUE

&

GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE 12	Connaissance de la mécanique des sols

SECTEUR : BTP

SPECIALITE : CHEF DE CHANTIER TRAVAUX : TRAVAUX PUBLICS

NIVEAU : TECHNICIEN

REMERCIEMENTS

La DRIF remercie les personnes qui ont contribué à l'élaboration du présent document.

Pour la supervision :

M. Khalid BAROUTI	Chef projet BTP
Mme Najat IGGOUT	Directeur du CDC BTP
M. Abdelaziz EL ADAOUI	Chef de Pôle Bâtiment

Pour la conception :

Mme GUNINA Fatna	Formatrice animatrice au CDC /BTP

Pour la validation :

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

DRIF

SOMMAIRE

Présentation du Module

Ce module consiste à connaître les méthodes de vérifications de la stabilité des différentes constructions. Il sera dispensé en une durée de 60 heures du 2éme semestre du programme de formation.

Le module se déroulera sous forme d'un cours essentiellement théorique :

- 30% théorique
- 70% pratique

MODULE 12 : CONNAISSANCE SUR LA MECANIQUE DES SOLS

Durée : 60 h

OBJECTIF OPERATIONNEL

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit **connaître la mécanique des sols** selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent.

CONDITIONS D'EVALUATION

- Individuellement
- A partir des exercices

CRITERES GENERAUX DE PERFORMANCE

- Bonne connaissance des différentes conditions de stabilité des sols
- Application correcte des formules pour le calcul des ouvrages

PRECISIONS SUR LE COMPORTEMENT ATTENDU	CRITERES PARTICULIERS DE PERFORMANCE
A- Connaître les conditions de stabilité de l'ouvrage	• Stabilité au renversement • Stabilité au glissement
B- Vérifier le taux de compression de la maçonnerie	• Descente des charges : • Vérification du taux de compression du sol
C- Calculer la poussée des terres :	• Connaissance exacte : o des poussées o des butées o Méthode de Coulomb
E- Etudier les murs de soutènements :	• Dimensionnement o Forces agissantes o Calcul des murs de soutènement o Méthode graphique de Poncelet

M12: Connaissance de la mécanique des sols

RESUME THEORIQUE

CONDITIONS DE STABILITE

Les problèmes que nous aurons à résoudre dans le cadre de ce cours concernent la STABILITE DES CONSTRUCTIONS.

La stabilité d'un bâtiment doit être totale, par opposition à la mobilité d'un véhicule par exemple.

Il est évident que le moindre mouvement dans un bâtiment provoquera des dégâts très importants, cause non seulement de travaux fort coûteux mais aussi d'éventuels accidents très graves sur les personnes. Il suffit pour cela de se rappeler les tremblements de terre d'Agadir ou de mexico…

Le manque de stabilité d'une construction provient principalement de deux sources :

a) les matériaux mis en œuvre sont défectueux ;
   Cette défectuosité est due :
   - soit au vieillissement ;
   - soit à des causes externes, tels des chocs, séismes, …

La défectuosité provoque rapidement la désagrégation des matériaux et la déstabilisation du bâtiment.

Cette première cause n'entre pas dans le cadre du cours, mais il sera tenu compte implicitement du vieillissement dans le chois des coefficients de sécurité.

b) Les formes et dimensions des éléments de la construction sont mal étudiées.
   Ce sera l'objet principal de ce cours.

Les problèmes à résoudre peuvent se schématiser comme suit :

- Compte tenu
- des charges et surcharges
- permanentes ou accidentelles
- des propriétés des matériaux choisis
- de la nature du sol.
- Quelles formes et dimensions de la construction faut-il choisir de façon à assurer sa stabilité ?

La résolution directe des problèmes de stabilité par mise en équation et la détermination des inconnues est très rarement possible, sauf à l'aide de programmes informatiques.

Dans presque tous les cas, on doit :

- choisir les caractéristiques de la construction à étudier
- vérifier si elles conviennent (taux de travail réels)
- les rectifier si nécessaire
- les vérifier à nouveau.

La condition d'économie impose évidemment de ne pas s'estimer satisfait lorsque la vérification conduit à des taux de travail qui sont nettement inférieure aux taux admissibles.

Exemple :
Le taux de travail admissible du sol est de 4 bars max.
La vérification donne un taux de travail réel de 0,98 bars.
Le résultat est donc techniquement bon mais économiquement mauvais et doit être revu.

Les différents problèmes que nous devrons résoudre pour obtenir une bonne stabilité sont :

a) empêcher que l 'élément ne se renverse sous la poussée des forces : nous calculerons la stabilité à la rotation ;
b) empêcher que l'élément ne glisse sous la poussée des forces : nous calculerons la stabilité au glissement ;
c) empêcher que les différents matériaux ne s'écrasent sous le poids des charges : nous calculerons le taux de compression réel des matériaux.
d) Empêcher que la semelle de fondation ne s'enfonce dans le sol sous le poids du bâtiment : nous calculerons le taux de compression réel du sol.

1-**STABILITE A LA ROTATION**

On pourrait également parler de stabilité au renversement.
Considérons un corps solide posé sur un plan horizontal :
Une table par exemple.
Les réactions aux quatre appuis sont des forces verticales dont la résultante est appliquée en un point situé à l'intérieur de la base de sustentions.
Pour que le corps demeure en équilibre, IL FAUT QUE LA VERTICALE DU CENTRE DE GRAVITE PASSE A L4INTERIEUR DU CENTRE DE SUSTENTION.
Si la verticale du centre de gravité tombe à l'extérieur de cette base, le corps bascule.
Considérons un parallélépipède de matière homogène de hauteur h reposant sur un plan horizontal. Voir fig. 2.1

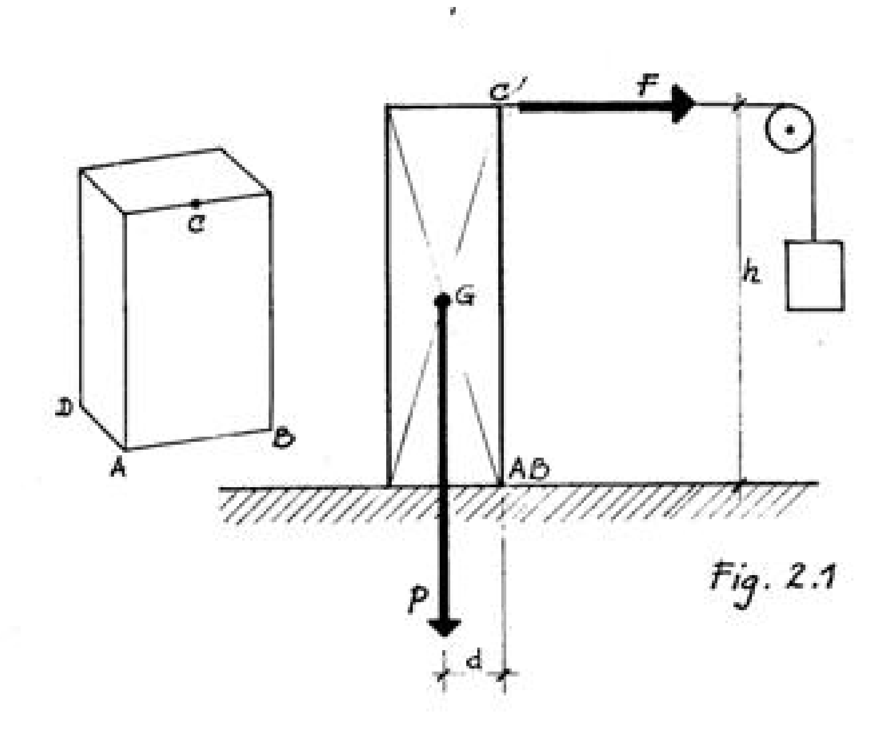


Fig. 2.1

P = 1500 daN d = 5 cm h = 25 cm

Pour faire tourner autour de son arête AB, faisons agir une force F appliquée en C, le plus loin possible de l'arête AB, c'est-à-dire à la distance h.

Mesurons F lorsque le solide est sur le point de basculer autour de l'arête AB.

Nous trouvons F = 300 daN

$$d \times p = 5 \times 1500 = 7500 daN \cdot cm$$

$$h \times f = 25 \times 300 = 7500 daN \cdot cm$$

Donc, lorsque le solide va basculer :

$$d \times p = h \times f$$

D'où : $f = p \times \frac{d}{h}$

Cette égalité montre que la force qui provoque la rotation est d'autant plus grande que :

1. le poids P du corps est plus grand ;
2. d est plus grand, c'est-à-dire que la verticale du CDG est loin de l'arête AB,
3. h est plus faible, c'est-à-dire que le corps est de faible hauteur.

La deuxième condition est réalisée en augmentant la base de sustention. Un corps solide posé sur un plan a en général plusieurs points de contact. Le contour fermé qui joint les points extérieurs de contact forme la base de sustention

La troisième condition revient à exprimer que le CDG doit être aussi bas que possible

Conclusion :

La stabilité d'un corps reposant sur un plan horizontal est d'autant plus grande :

- qu'il est plus lourd
- qu'il a une plus grande base de sustention
- que son centre de gravité est plus bas

Le produit d x P s'appelle le moment de stabilité
Le produit h x F s'appelle le moment de renversement

Le corps reste en équilibre si le moment de renversement est inférieur au moment de stabilité
S'ils sont égaux , le corps est sur le points de basculer .
Considérons à présent le mur représenté à la figure 2.2

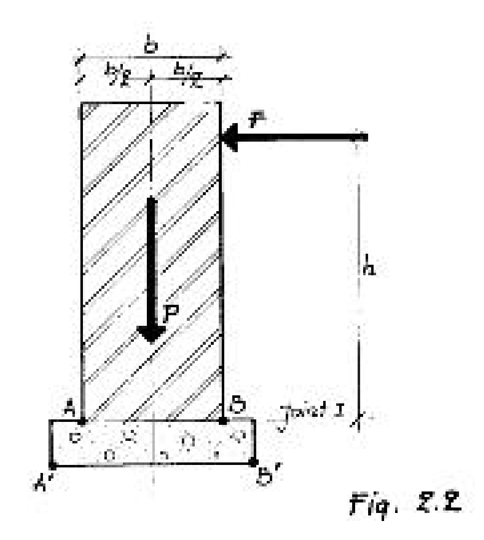


Fig. 2.2

La force P est constituée de la somme des charges verticales telles le poids de la maçonnerie ,les charges verticales supportées par le mur ,etc
La force F est constituée de la somme des charges horizontales telles la poussée des terres ,le vent ,etc ……
Le moment de renversement provoqué par la force F à tendance à faire tourner le mur autour de l'arête A .la maçonnerie et la semelle ne sont pas solidaires et la hauteur H sera celle comprise entre la force F et le joint I de rotation. S'il s'agit de colonne entièrement en béton elle sera augmenté de l'épaisseur de la semelle et la rotation aura tendance à se faire autour de l'arête A'.
Le moment STABILISANT provoqué par la force P s'oppose au moment de renversement et tend à stabiliser le mur sur son assiette A-B.
Valeur du moment de renversement Mr :
Le moment de renversement, qui est un moment de flexion au pied du mur est égal à F multiplié par son bras de levier h.

$$Mr = f \times h$$

Valeur du moment de stabilité Ms :

$$Ms = P \times \frac{b}{2}$$

Note importante :
Tous les calculs seront faits sur une largeur type du cas le plus défavorable, sur 1,00 m de large.
Les moments sont calculés par rapports au bord de la semelle ou du mur (A et A' dans la figure 2.2).

Pour que le mur ne se renverse pas, il sera nécessaire que $Ms \geq Mr$ ou que $\frac{Ms}{Mr} \geq 1$

Les livres de stabilité donnent $K = \frac{Ms}{Mr}$ et il convient de prendre K = I, 25 à 2 suivant le degré de sécurité que l'on veut obtenir.
On obtient donc :

$$\frac{Ms}{Mr} \geq K$$

<u>Cas général :</u>
La résultante F des forces extérieures n'est jamais horizontale comme nous l'avons dessiné par simplification.

Elle forme toujours un angle avec la verticale du mur et nous la décomposerons en FI et F2, verticale et horizontale. (Voir figure 2.3)

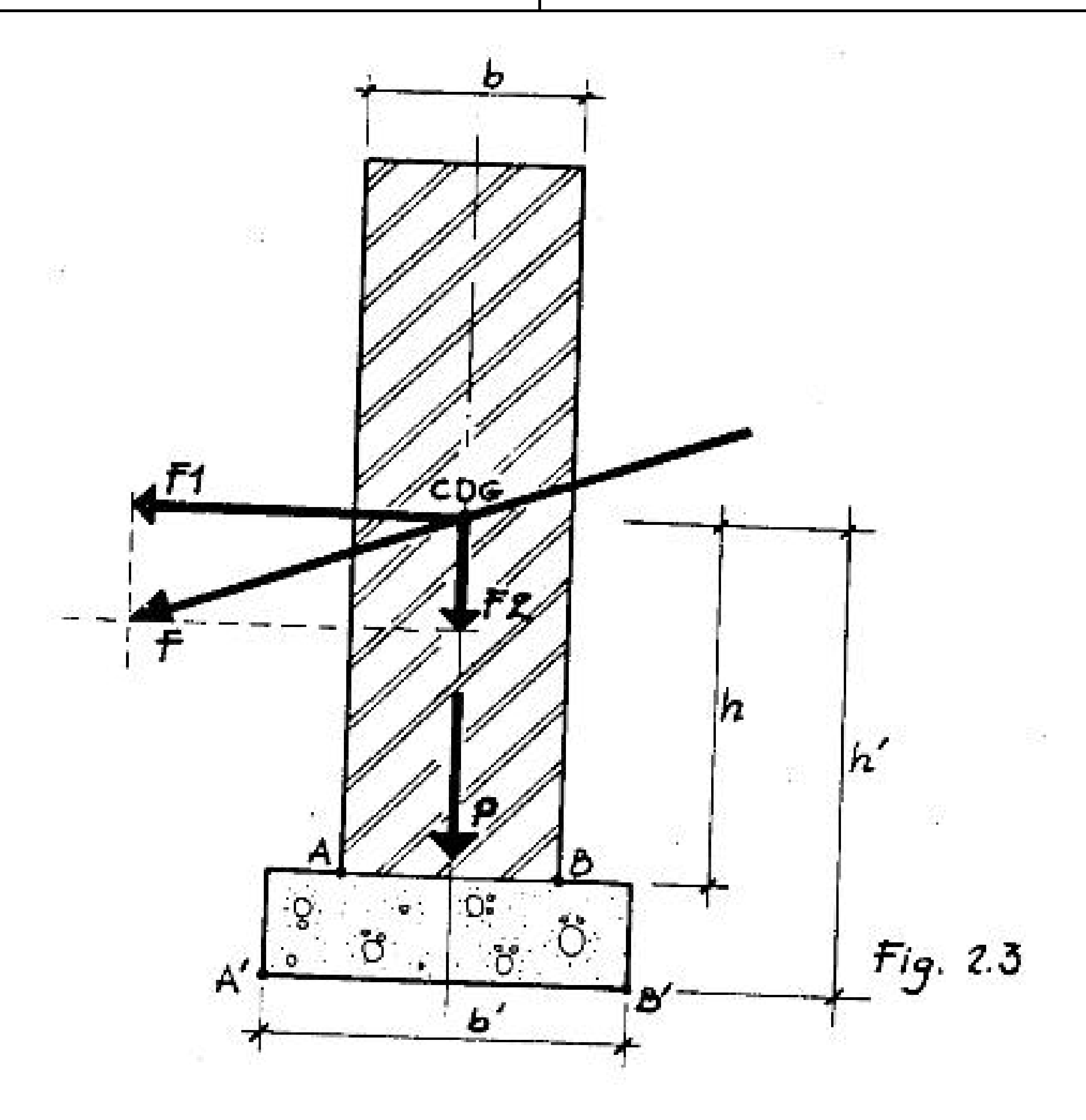


Fig. 2.3

L'origine de FI et F2 est située sur l'axe vertical passant par le C.D.G du mur.
Nous constatons:

1) que la force tend à faire pivoter le mur du point A. La valeur du moment de renversement est égal à : Mr = FI x h

2) que la force F2 tend à stabiliser le mur et que cette force s'ajoute à la force P pour le calcul du moment stabilisant.

Il est égal à :

$$Ms = (F2 + P)\ \frac{b}{2}$$

La formule devient:

$$\frac{Ms}{Mr} \geq k \text{ devient}$$

$$\frac{(F2+P)\frac{b}{2}}{F1xh} \geq k$$

Voir applications dans partie pratique

2-STABILITE AU GLISSEMENT

Pour faire glisser une table sur le sol de la classe, il faut la pousser avec une force capable de vaincre une résistance due au frottement des pieds sur le parquet.
Cette force est d'autant plus grande que la table est plus lourde.
Une pièce de fonte lancée à plat sur un plancher horizontal glisse de moins en moins vite et finit par s'arrêter. C'est le frottement qui diminue progressivement sa vitesse.
Lancée sur une surface lisse, avec la même vitesse initiale, la pièce ira beaucoup plus loin. La résistance au glissement sur la glace, par exemple, est moins grande que sur le béton. .

Coefficient de frottement:

Voir figure 2.6

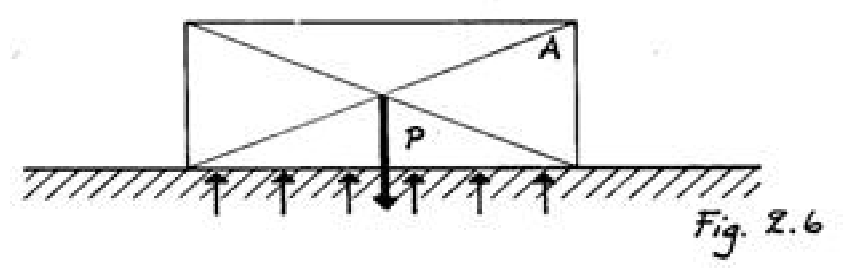
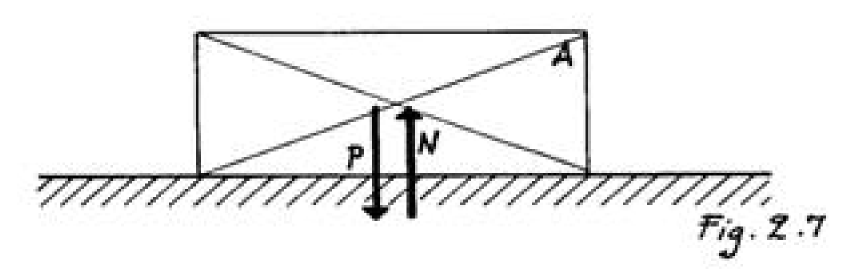


Fig. 2.6

Examinons un corps A (en fonte par exemple) de poids P(5 kg par exemple) reposant sur une surface horizontale.
La statique nous apprend que les forces qui agissent sont:

- le poids P du corps;
- les réactions du sol qui agissent en chaque point de la surface de contact.

Le corps étant immobile, les forces se font équilibre. L'ensemble des réactions du sol peut être défini par la résultante N, égale et directement opposé à P, ayant même ligne d'action et même point d'application.
Voir la figure 2.7

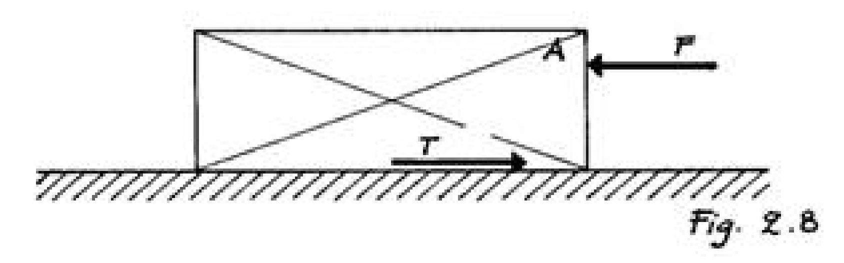


Si $N \geq P$, la pièce est simplement posée sur le sol.
Si N < P, la pièce va s'enfoncer dans le sol.

Pour qu'il y ait stabilité,il faut que :

$$N \geq P$$

Voir figure 2 .8



Si nous poussons sur A avec une force F d'intensité croissante, nous constatons:

- que le corps A reste au repos au début de cette action et que son équilibre subsiste;
- que lorsque F augmente, le corps commence à glisser sur le sol dans le sens de la force F.

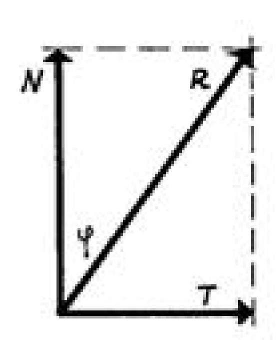
Il existe donc une force T qui s'oppose à la force F et qui s'applique à la surface de contact de la pièce sur le sol.
Cette force est dite "force de frottement" ou "résistance au glissement" et varie en fonction de la rugosité des deux surfaces de frottement.

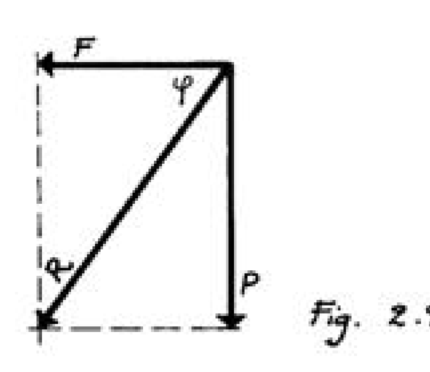
Si T ≥ F, la pièce est stable sur le sol
Si T < F, la pièce commence à glisser.

Pour qu'il y ait stabilité, il faut que $T \geq F$

Puisque nous étudions la stabilité des maçonneries, il est impératif que $N \geq P$ et que $T \geq F$.

Voir figure 2 .9





La force N est perpendiculaire au sol, tandis que la force T lui est parallèle.

Si nous faisons agir conjointement ces deux forces, nous pouvons calcul,er la résultante R de ces deux forces.

Cette résultante fait un angle φ avec la verticale. Cet angle φ (phi) est constant pendant le mouvement puisque les forces N et T sont constantes.

l'angle φ est appelé "angle de frottement"

On appelle "coefficient de frottement (n" de deux corps en contact, le rapport de la force tangentielle T à la force normale N.

$f = \frac{T}{N}$ ou encore $T = N \times f$

Dans le triangle dec (voir l a figure 2.9), nous avons:

$$tg\ \varphi = \frac{ed}{dc} = \frac{T}{N} = f.$$

- Le coefficient de frottement f est donc égal à la tangente trigonométrique de l'angle de frottement φ.

Expérimentalement, les valeurs suivantes de f et de φ ont été établies:

Nature des matériaux	f	φ
Fondation sur rocher	0,75	37°
sur gravier	0,60	31°
sur sol naturel sec	0,60	31°
sur argile sèche	0,51	27°
sur sable	0,40	22°
sur argile humide	0,34	19°
Matériaux entre eux (minima)	0,60	31°

Application:

Un bloc de fonte de 10 kg repose sur un socle plan en acier, incliné d' un angle α sur le plan horizontal.

Quelle doit être la valeur de cet angle pour que le bloc glisse d'un mouvement uniforme?
On donne f=0,18.

Solution: f=0.18=tg α ; donc α = 10°10'

. Reprenons le mur étudié dans la stabilité à la rotation. Voir fig. 2.2
Nous constatons que:
- la force F tend à faire glisser le mur sur le joint A-B.
- la force P tend à appliquer le mur sur le joint A-B.

C'est la résultante R qui tend à s'opposer au glissement du mur .
Voir fig 2.9
Cette résultante a comme composante horizontale **T.**

Or, T=N x f et N = P donc T = P x f

Pour qu'il n'y ait pas de glissement, il faut que T > F donc que P x f > F .

En plus, on prend généralement un coefficient de sécurité au glissement 1,5 < k1 < 2.
La stabilité au glissement sera assurée lorsque:

$$P \times f \geq F \times k1$$

ou encore:

$$\frac{Pxf}{F} \geq k1$$

Cas général.

Comme pour la stabilité à la rotation, la résultante F des forces extérieures n'est jamais horizontale.

Il convient de refaire les calculs en décomposant F en FI et F2, verticale et horizontale.
La stabilité au glissement sera donc assurée lorsque:

$(P+F2) .f \geq F1 \times K1$

Ou encore: $\frac{(P+F2).f}{F1} \geq k1$

Remarque:

Le même principe de calcul sera appliqué pour vérification de la stabilité au glissement au joint A'B'
Il faudra donc ajouter le poids de la semelle aux forces verticales.
Voir applications dans partie pratique

Murs de clôture :

- Mur isolé:

On dit qu'un mur de clôture est "isolé" lorsque ses extrémités ne s'appuient pas sur des murs de retour.
Il ne supporte aucune surcharge que son poids propre. Mais il est soumis à l'effort du vent et son épaisseur sera déterminée en fonction de sa hauteur.
Sans faire aucun calcul de renversement, on peut considérer les épaisseurs ci-après lors des avant-projets:

1. Stabilité forte : épaisseur = 1/8 hauteur
2. Stabilité moyenne : épaisseur =1/10 hauteur
3. Stabilité faible : épaisseur =1/12 hauteur

- Mur d'enceinte:

On appelle"mur d'enceinte" un mur qui s'appuie sur des murs en retour aux extrémités. De ce fait, on peut leur donner un peu moins d'épaisseur qu'à un mur isolé de même hauteur.

Si nous désignons par h la hauteur du mur, par b la longueur comprise entre les murs de retour, il faudra que le rapport m de l'un à l'autre soit égal à

$$\frac{h}{b} = \mathrm{m}$$

Dès lors, on pourra déterminer l'épaisseur par la formule:

$$\text{Epaisseur} = \frac{1}{10} b \frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

Il convient également de ne pas oublier qu'il est difficile de maçonner solidement des moellons bruts sur une épaisseur inférieure à 40 cm ; ou 35 cm lorsqu'il s'agit de très bons moellons plats. Si le mur est en briques, on ne descendra pas sous une brique et demie.

VERIFICATION DU TAUX DE COMPRESSION DE LA MACONNERIE

Rappel de statique et de résistance

Calculs du moment quadratique et du module d'inertie d'un rectangle par rapport à
Un axe parallèle à un côté et passant par le CDG de la surface.
Soit b le côté parallèle à l'axe et h le côté perpendiculaire à l'axe.

1) Moment d'inertie (ou moment quadratique)

$$I\alpha\beta = \frac{bh^3}{12}$$

2) Module' d'inertie (ou module de résistance, ou encore : module de section).

$I\alpha\beta$ = moment d'inertie
V = distance de la fibre la plus éloignée à l'axe passant par le C.D.G

V = $\frac{h}{2}$ $\qquad \frac{I}{V} = \frac{bh^2}{6}$

3.2 Calcul des contraintes

Voir les figures 3.1 et 3.2

Considérons un mur de soutènement de section trapézoïdale, reposant sur une assise inférieure Ω valant a x b.

En tête du mur est appliqué un effort horizontal F.
L'effort vertical P est formé du poids du mur, augmenté du total des charges qui s'appuyent verticalement sur le mur.

La section Ω représente donc la section transversale du mur d'un longueur indéfinie.

Aussi longtemps que les forces P et F s'appliqueront, la section Ω restera la même. Le mur représenté peut donc avoir une longueur de plusieurs mètres. Quelle que soit la longueur du mur, NOUS FERONS TOUS LES CALCULS POUR UN METRE COURANT.

Donc : $\Omega = a \times b =$surface portante

Avec : b = largeur de la base du mur
a = 100 cm (pour un mur)

Nous prenons comme convention :

* les contraintes en compression sont POSITIVES et renseignées par σ' (sigma prime)

* les contraintes en traction sont NEGATIVES renseignées par σ (sigma)
Toutes les contraintes sont calculées PAR RAPPORT AU CENTRE DE GRAVITE de la surface portante.
Dans le cas de notre mur, nous avons deux moments en présence :
* le moment de renversement dû à la poussée de la force F.

$$Mr = F \times h$$

* le moment stabilisant dû au poids du mur, augmenté des charges sur le mur.

Cette charge verticale P s'applique à la verticale du CDG du mur sur la surface portante.
La distance d est égale à la distance entre le point G (CDG de la surface portante) et le point d'application de P sur la surface portante Ω.

$$Ms = P \times d$$

Nous gardons la convention des signes des moments, à savoir:

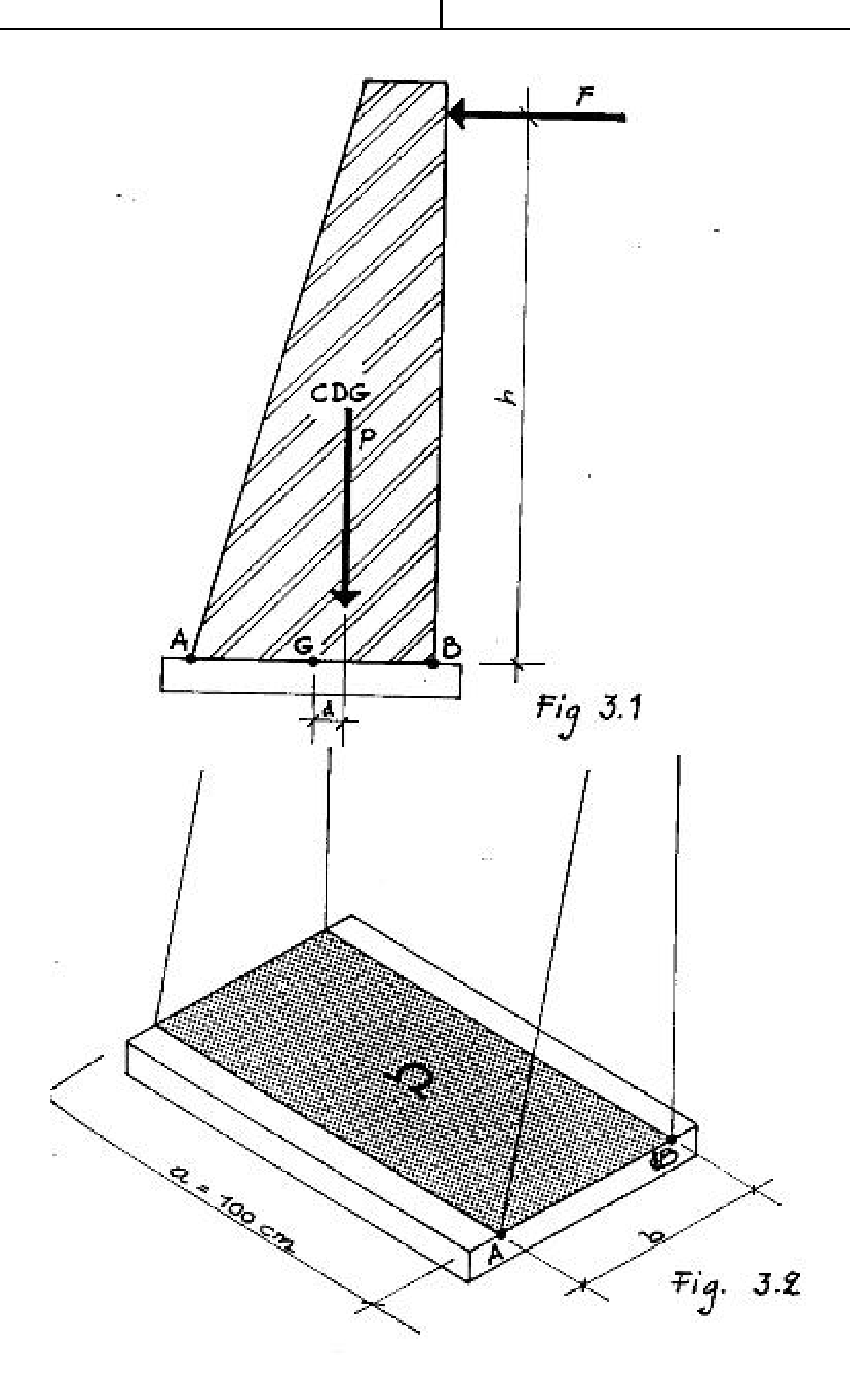


Suivant la position du point d'application de P sur Ω , le moment stabilisant peut être positif ou négatif.

De ces deux moments, nous allons tirer le MOMENT RESULTANT M_R .

$$M_R = +Mr \pm Ms \text{ (Suivant le signe de Ms)}$$

M_R va s'appliquer sur Ω à une certaine distance du point G.



F
CDG
P
h
A
G
B
d
Fig 3.1
Ω
B
A
a = 100 cm
b
Fig. 3.2

Nous aurons non pas de la flexion simple mais de la flexion composée d'une compression.
La section Ω est sollicitée en même temps par l'effort de compression et par le moment de flexion constituant une flexion composée d'une compression.

1) L'effort de compression causé par P donne un taux de compression σ' uniforme sur toute la surface portante égal à :

$$\sigma'_{joint\,I} = \frac{p}{\Omega}$$

Il y aura compression partout, sur toute la surface portante Ω . Nous aurons donc un diagramme rectangulaire des contraintes.

$$\sigma'_A = \sigma'_B = \frac{p}{\Omega}$$

Par convention, nous dessinons les contraintes de compression vers le bas du diagramme et les contraintes de traction vers le haut.

2) Le moment de flexion composée donne un taux de compression égal à :

σ due au Mr $\pm$ σ' due au Ms (selon le signe du Ms)

En conclusion :

Le taux de travail (en traction ou en compression selon le signe de $\frac{M_R}{I/V}$) dans le joint AB est donné par la formule de flexion composée :

$$\sigma' = \frac{p}{\Omega} \pm \frac{M_R}{I/V}$$

dans laquelle :

σ' = taux de travail, exprimé en kg/cm2
P = somme des charges verticales, exprimée en kg
Ω = surface portante soit a x b ou AB x 1,00 m, surface exprimée en cm2

M_R = moment résultant en fonction des Mr et Ms, exprimé en kg. cm

I/V = module d'inertie de la surface portante Ω par rapport à l'axe xx' passant par le centre de gravité de Ω ,soit le joint G. $I/V = \frac{bh^2}{6}$

Le module d'inertie est exprimé en cm3.

3.- Cas particulier

Lorsque la section du mur est rectangulaire, l'effort vertical P s'applique au point G.
La distance d est alors égale à zéro.

Dès lors Ms = P x d = zéro
et M_R = Mr
Ce cas particulier va s'appliquer très souvent puisque les murs sont généralement de section rectangulaire.

4- Diagrammes des contraintes sur la surface portante
Nous avons deux diagrammes en présence:
* le premier concerne la contrainte $\frac{p}{\Omega}$

Nous aurons une valeur en A et une autre valeur en B.

Ces deux valeurs sont égales puisqu'il y a compression uniforme.

$\frac{p}{\Omega}$ détermine une contrainte en compression, avec $\sigma'_A et \sigma'_B$. Le diagramme est rectangulaire.

* le second concerne la contrainte $\frac{M_R}{I/V}$

Nous aurons toujours compression en A et traction en B.

Mais suivant les valeurs, $\sigma'_A et \sigma_B$ varieront fortement.
Dans le cas particulier où M_R = Mr, la contrainte de, compression dûe à M_R en A (soit $\sigma'_A = \div \frac{M_R}{I/V}$) est égale,

en valeur absolue, à la contrainte de traction due à M_R en B.(soit $\sigma_B = -\frac{M_R}{I/V}$)

c.à.d. que $\sigma'_A = |\sigma_B| = \frac{M_R}{I/V}$

Le diagramme est composé de deux triangles de sens opposés puisque l'un représente la contrainte en compression (vers le bas) et l'autre la contrainte en traction (vers le haut).

5 - VERIFICATION DU TAUX DE COMPRESSION MAX DE LA MACONNERIE

Nous n'examinerons dans ce chapitre que le cas des murs de section rectangulaire (Ms = 0 et M_R = Mr).
Si nous étudions les différentes possibilités qui peuvent se présenter en faisant la somme des contraintes à la compression et à la traction, nous constatons que :

1) sur l'arête A, nous aurons toujours de la compression puisque les deux valeurs de σ'_A sont positives.
2) sur l'arête. B, trois cas peuvent se présenter :

1er cas : $\sigma'_B(P) \rangle \sigma_B(F)$
2e cas : $\sigma'_B(P) = \sigma_B(F)$
3e cas : $\sigma'_B(P) \langle \sigma_B(F)$

- Premier cas :

$$\sigma'_B(P) \rangle \sigma_B(F).$$

Voir la figure 3.3
Le diagramme des contraintes dues à la charge P est rectangulaire.
En effet, la force P est appliquée uniformément sur toute la section Ω.

$$\sigma'_A(P) = \sigma'_B(P) = \frac{P}{\Omega}$$

Le diagramme des contraintes dues au moment F x h présentera deux triangles.

$$\sigma'_A(F) = -\sigma_B(F) = \pm \frac{M_R}{I/V}$$

Le diagramme résultant aura la forme d'un TRAPEZE.

Puisque : $\sigma'_B(P) \rangle \sigma_B(F)$, nous aurons :
en A : $\sigma'_A(P) + \sigma'_A(F) =$ valeur positive.
en B : $\sigma'_B(P) - \sigma_B(F) =$ valeur positive.

La section AB est soumise à compression partout.

La compression est maximum à l'arête A et minimum à l'arête B.
Il faudra vérifier si $\sum \sigma'_A$ est inférieur au taux de compression maximum admissible par la maçonnerie.

$$\sigma'_{\max} \, maçonnerie \geq \sigma'_A$$

:

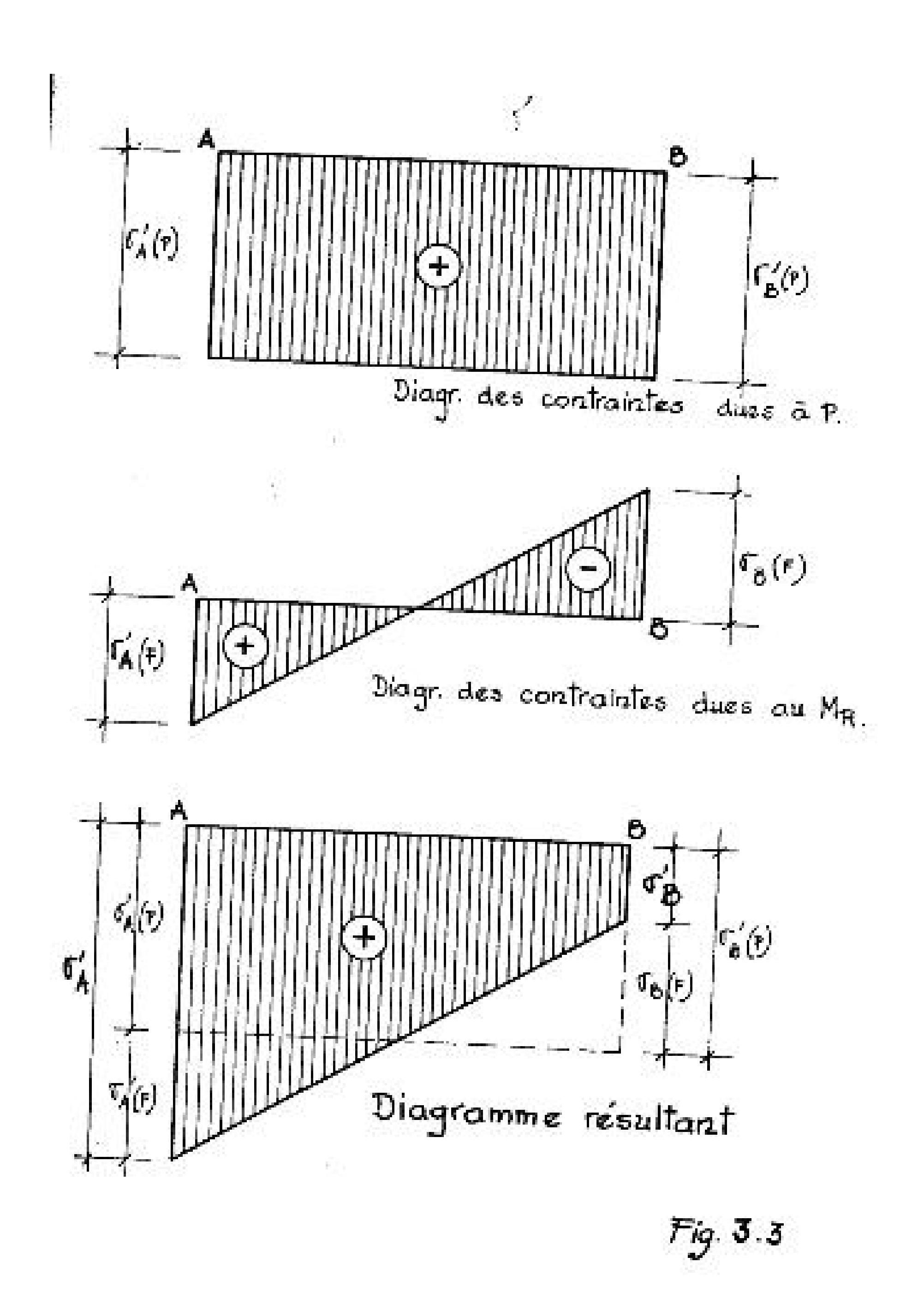


Fig. 3.3

- <u>Deuxième cas :</u> voir la fige. 3.4

Comme pour le premier cas, le diagramme des contraintes dues à la charge P est rectangulaire.

$$\sigma'_A(P) = \sigma'_B(P) = \frac{P}{\Omega}$$

Comme pour le premier cas, le diagramme des contraintes dues au moment F x h présentera deux triangles.

$$\sigma'_A(F) = -\sigma_B(F) = \pm\frac{M_R}{I/V}$$

Mais le diagramme résultant aura la forme d'un TRIANGLE.

Puisque : $\sigma'_B(P) = \sigma_B(F)$ nous aurons :

en A : $\sigma'_A(P) + \sigma'_A(F) =$ valeur positive

en B : $\sigma'_B(P) - \sigma_B(F) =$ valeur nulle

La section AB est soumise à compression partout, avec une compression maximum à l'arête A et une compression nulle à l'arête B.

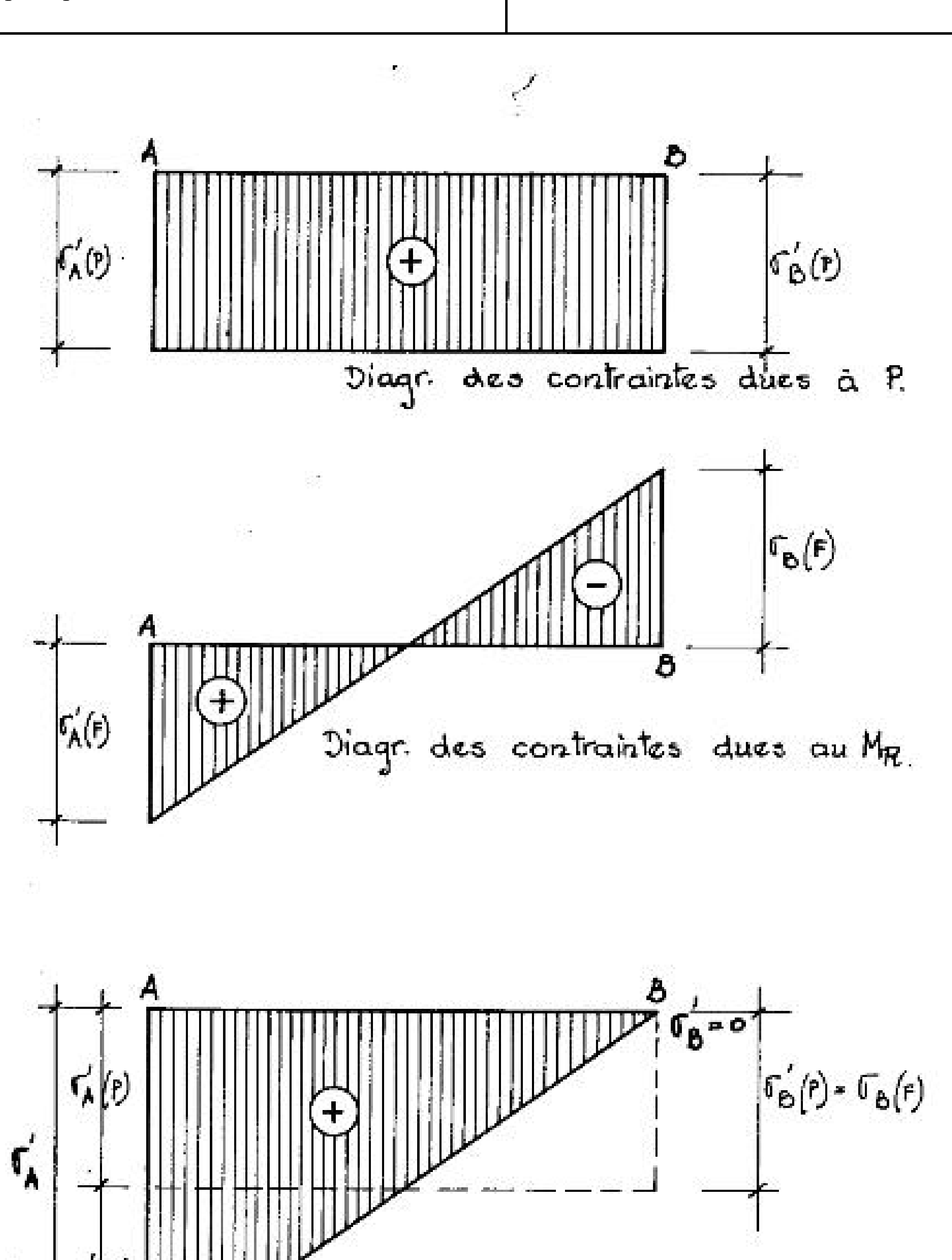
Comme pour le premier cas, il faudra vérifier si $\sum \sigma'_A$ est inférieur au taux de compression maximum admissible par la maçonnerie

$$\sigma'_{\max}\ maçonnerie \geq \sigma'_A$$

Il est à remarquer que puisque $\sigma'_A(F) = \sigma_B(F)$

en valeur absolue nous aurons $\sigma'_A(F) = \sigma'_A(P)$

et également $\sigma'_A = 2 \times \sigma'_A(F) = 2 \times \sigma'_A(P)$


A
B
σ'A(P)
σ'B(P)
Diagr. des contraintes dues à P.
σB(F)
σ'A(F)
Diagr. des contraintes dues au MR.
σ'B = 0
σ'A
σ'B(P) = σB(F)
Diagramme résultant
Fig. 3.4

3-<u>Troisième cas</u> : Voir la fig 3.5

Comme pour les cas précédents, le diagramme des contraintes dues à la charge P est rectangulaire.

$$\sigma'_A(P) = \sigma'_B(P) = \frac{P}{\Omega}$$

Comme pour les cas précédents également, le diagramme des contraintes dues au moment F x h présentera deux triangles.

$$\sigma'_A(F) = -\sigma_B(F) = \pm\frac{M_R}{I/V}$$

Dans ce cas - *ci,* $\sigma'_B(P) \langle \sigma_B(F)$.

De ce fait, le diagramme résultant aura la forme de DEUX TRIANGLES.

Nous aurons :

en A : $\sigma'_A(P) + \sigma'_A(F) =$ valeur positive

en B : $\sigma'_B(P) - \sigma_B(F) =$ valeur négative

La section AB est soumise à compression de A à C et à traction de C à B.

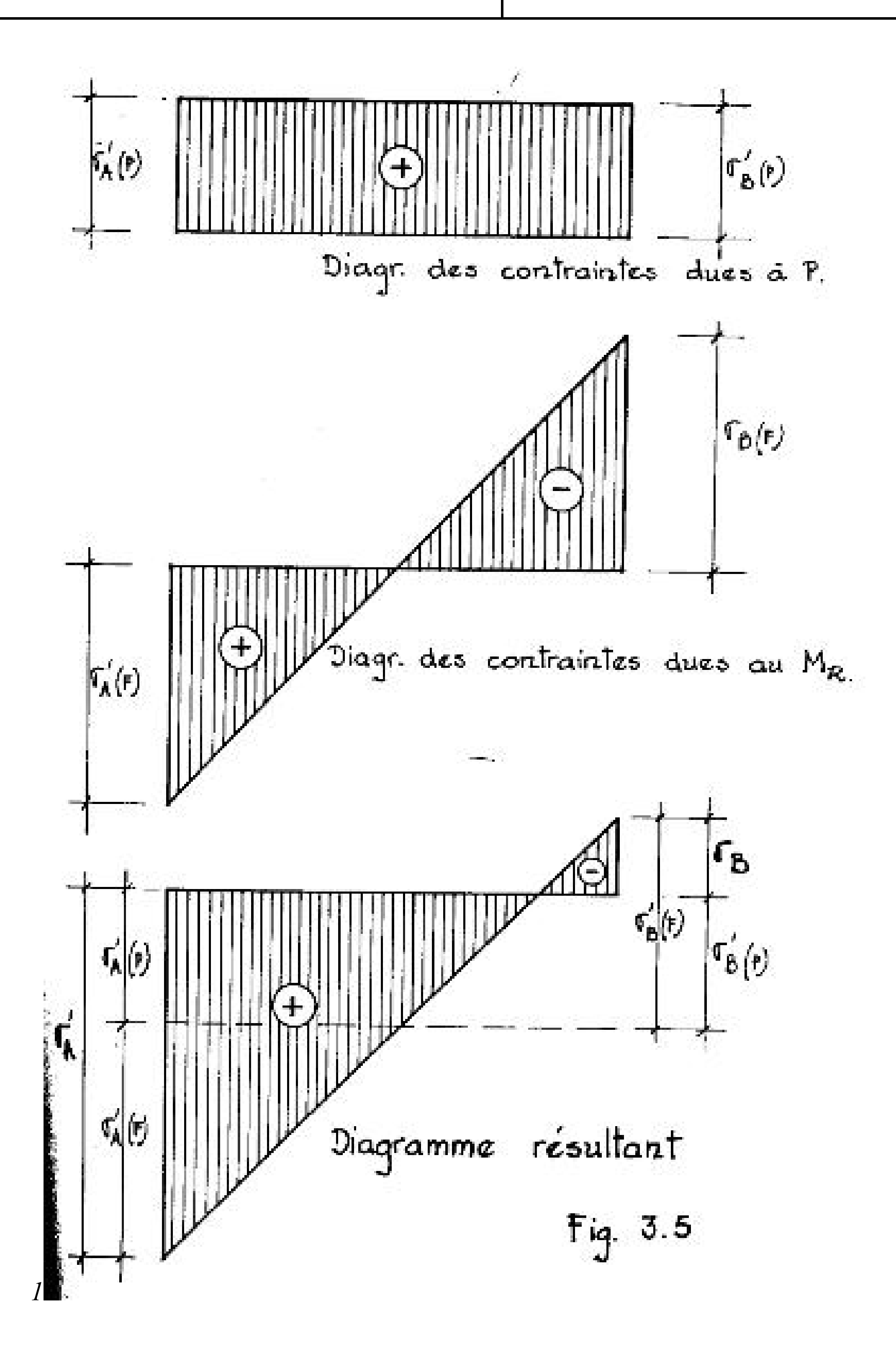
L'arête A subira une compression maximum et l'arête B une traction maximum.

Au joint C, la compression = traction = zéro.

Nous savons que la maçonnerie, comme le béton, résiste parfaitement à la compression et très mal à la traction.

Là partie AC soumise à compression ne présentera pas de problème. Par contre, la partie CB soumise à traction présentera des fissures (maçonnerie) ou devra être armée (béton) .
Comme pour les cas précédents, il faudra vérifier si

$$\sigma'_{\max}\, maçonnerie \geq \sigma'_A$$


σ'A(P)
σ'B(P)
Diagr. des contraintes dues à P.
σB(F)
σ'A(F)
Diagr. des contraintes dues au MR.
σB
σ'B(F)
σ'B(P)
σ'A
σ'A(P)
σ'A(F)
Diagramme résultant
Fig. 3.5

EN RESUME

Quelles sont les valeurs des contraintes en compression et en traction?

1) pour la compression due à P :

en A et en B : $\sigma'_A(P) = \sigma'_B(P) = \frac{P}{\Omega}$

avec $\frac{P}{\Omega} = \frac{ch\arg e.totale}{\sec tion.comprimée}$

2) pour la compression ou la traction due à $F \times h$:

en A : $\sigma'_A(F) = \frac{M_R}{I/V}$ en compression

en B : $\sigma_B(F) + \frac{M_R}{I/V}$ en traction

premier cas : $\sigma'_B(P) \rangle \sigma_B(F)$

$\sigma'_A = \sigma'_A(P) + \sigma'_A(F)$

$\sigma'_A = \frac{P}{\Omega} + \frac{M_R}{I/V}$

$\sigma'_B = \sigma'_B(P) - \sigma_B(F)$

$\sigma'_B = \frac{P}{\Omega} - \frac{M_R}{I/V}$

Le diagramme résultant aura la forme d'un TRAPEZE

Deuxième cas : $\sigma'_B(P) = \sigma_B(F)$

$\sigma'_A = \sigma'_A(P) + \sigma'_A(F)$

$\sigma'_A(P) = \sigma_A(F)$

$\sigma'_A = 2\frac{P}{\Omega} + 2\frac{M_R}{I/V}$

$\sigma'_B = \sigma'_B(P) - \sigma_B(F)$

$\sigma'_B = zéro$

Le diagramme résultant aura la forme d'un TRIANGLE

Troisième cas : $\sigma'_B(P)\sigma_B(F)$

$\sigma'_A = \sigma'_A(P) + \sigma'_A(F)$

$\sigma'_A = \frac{P}{\Omega} + \frac{M_R}{I/V}$

$\sigma'_B = \sigma'_B(F) - \sigma_B(P)$

$$\sigma_B = \frac{M_R}{I/V} - \frac{P}{\Omega}$$

Le diagramme résultant aura la forme de DEUX TRIANGLES

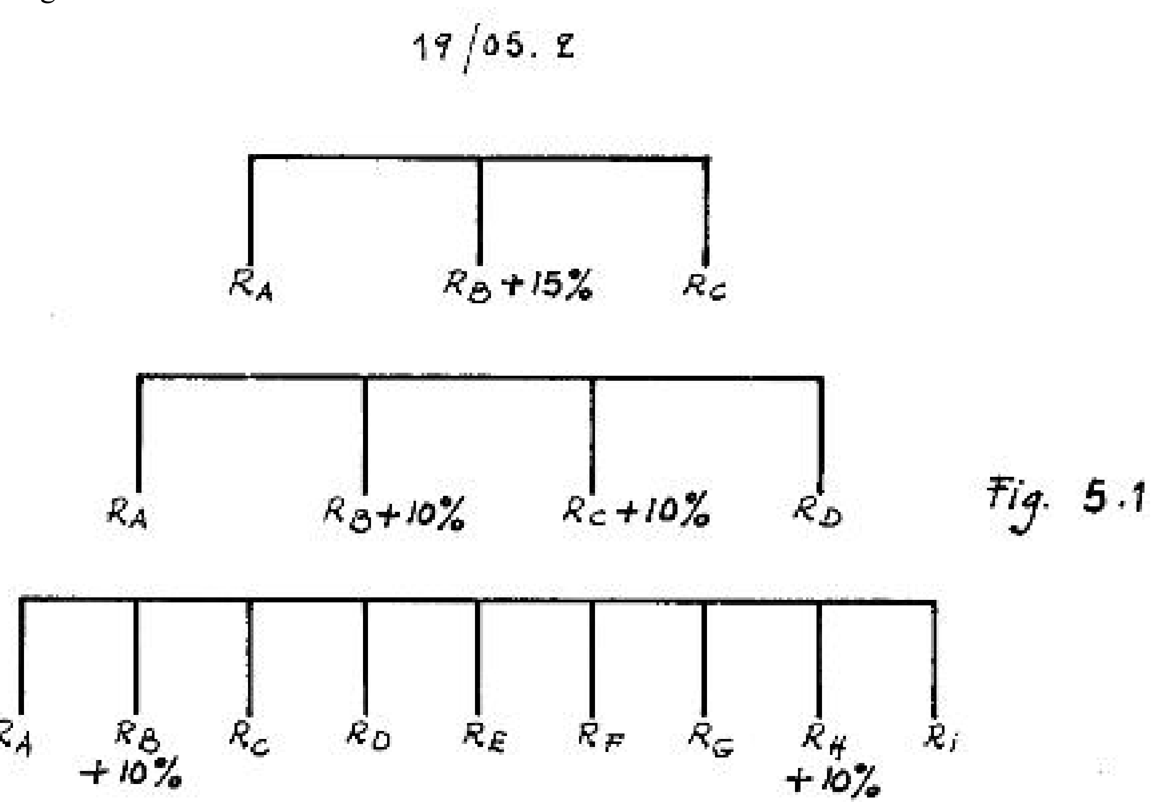
Etant donné que nous recherchons la compression sur toute la section Ω,

- nous éviterons au maximum le troisième cas
- nous éviterons également le deuxième cas puisque
  $\sigma'_B = 0$, c.à.d. très proche de la traction
- nous essayerons d'obtenir le plus souvent possible le premier cas, c.à.d. un diagramme ayant la forme d'un trapèze.

DESCENTE DE CHARGES

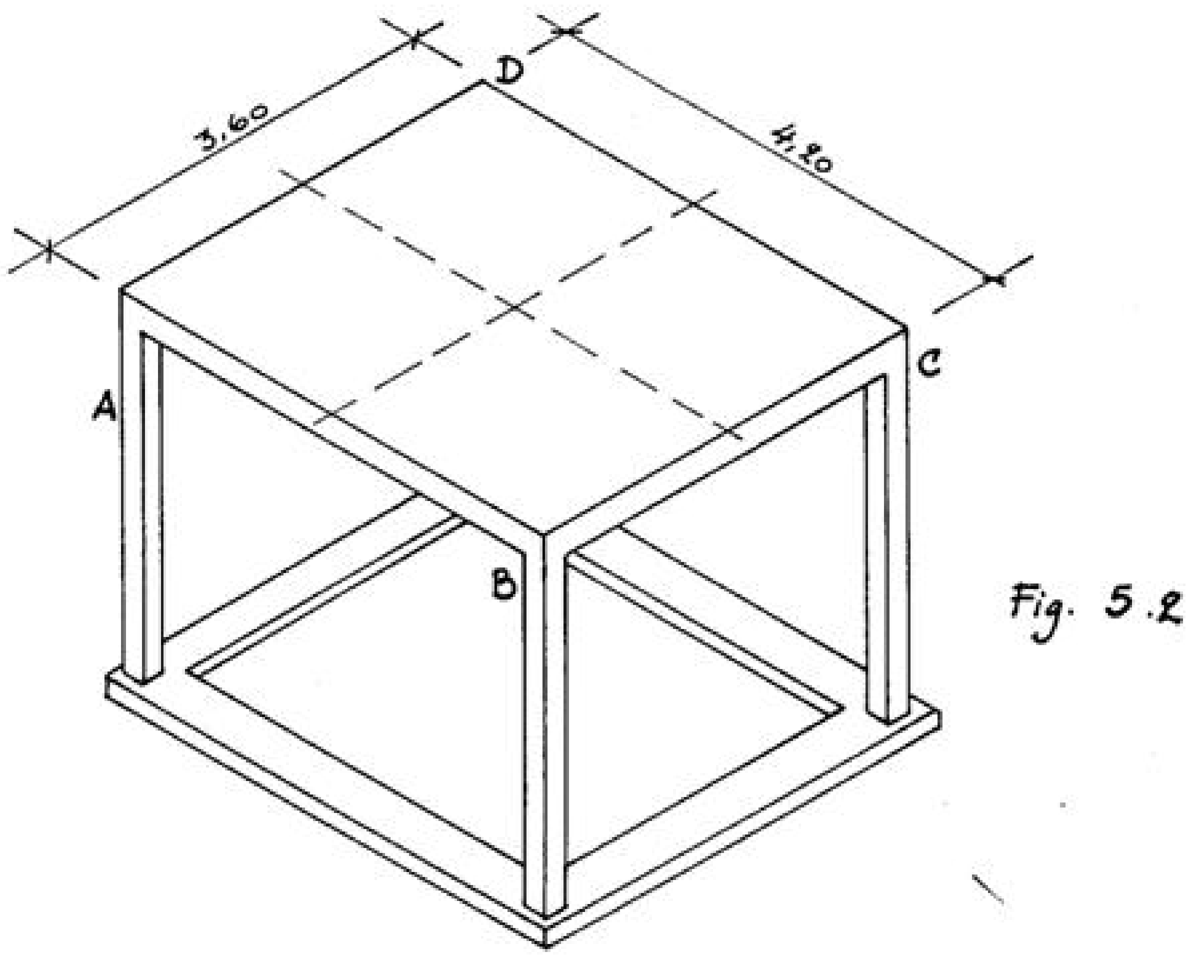
Afin de pouvoir dimensionner les semelles de fondation, il est indispensable de connaître la charge totale supportée par chacune d'elles.
Chaque semelle est chargée différemment ; nous allons prendre en considération le cas le plus défavorable.
On fait pour cela ce qu'on appelle une "descente de charges" en partant de la toiture jusqu'au pied du mur 'ou de la colonne reposant sur la fondation.
L'expérience montre que dans les cas de poutres à plusieurs appuis, il convient d'introduire un coefficient de correction des réactions d'appuis.

Voir la figure5.1



soit: + 15% pour l'appui central R_B (cas de 3 appuis)
+ 10% pour les appuis R_B et R_C (cas de 4 appuis)
+ 10% pour les appuis R_B et R_H (cas de plus de 4 appuis)

<u>Exercice 1 :</u> Voir la figure 5.2



On construit un bâtiment simple comportant:

- quatre poteaux en B.A. de 30 x 30 cm et de 3,20 cm de haut
- une dalle en BA de 30 cm d'épaisseur supportant une charge uniformément répartie de 3 T/m².
- quatre murs de remplissage de 20 cm de large en briques pleines (1900 kg/m^3) comportant une porte et des fenêtres.
- une semelle filante sous les murs, de 20 cm d'épaisseur et avec un empattement de 10 cm
- le bâtiment mesure extérieurement 3,60 m x 4,20 m

On demande de calculer les charges reposant sur les semelles.

Réponse : La charge est uniformément répartie. Cela signifie que les semelles seront chargées de la même façon deux par deux.

Nous savons que chaque poteau supportera la même charge, soit le quart du poids de la dalle et le quart de la charge uniformément répartie:

- dalle= $\frac{1}{4}$ x 3,60x4.20mx0.30m x 2500 kg/m^3 = 2835 kg

- C.U.R.= $\frac{1}{4}$ x3.60m x4.20m x 3000 kg/m² = 11340 kg

* poids du poteau: 0,30 m x 0,30 m x 3,20 m x 2500 kg/m^3 = 720 kg

Total de la charge sous le poteau:

2835 kg + 11340 kg + 720 kg = 14895 kg.

Entre les poteaux, la semelle .ne reçoit que le poids du mur de remplissage soit:

1900 kg/m^3 x 0,20 m x 3,20 m = 1216 kg par mètre linéaire

On voit immédiatement que c'est la partie de semelle qui reçoit le poteau qui est la plus chargée.

Voir applications dans partie pratique

- CHARGE D'UN PLANCHER:

La charge d'un plancher comprend:
* les charges permanentes, c'est-à-dire :
  1- le poids propre du plancher brut;
  2- le poids uniformément réparti des éléments ajoutés au plancher brut pour constituer le plancher fini;
  3- le poids des éléments localisés soutenus par le plancher.
* les charges d'exploitation, c'est-à-dire:
  4- les surcharges d'utilisation: Ces surcharges comprennent le poids des personnes, du mobilier, du matériel, des marchandises et, en général, de toutes les charges fixes ou mobiles, y compris leurs effets dynamiques, non intégrés dans la construction elle-même.
  5- les charges climatiques ou charges éventuelles dues à la neige, le vent, la température.

La somme des postes 2 à 5 constitue la **CHARGE UTILE.**
La somme des postes l à 5 constitue la **CHARGE DE CALCUL** du plancher.

Le plancher brut se définit comme suit : « Ensemble des parties portantes, y compris les hourdis,les entrevous et le remplissage, que le système comporte habituellement; le tout constituant le gros œuvre du plancher.

Le poids uniformément réparti des éléments ajoutés au plancher brut pour constituer le plancher fini comprend celui du revêtement de sol, de l'adhésif de pose, du lit de pose (sable ou chape), de la couche d'isolation, de l'enduit de plafonnage ainsi que toute autre charge comme, par exemple, le faux-plafond et ses tringles de support.

Le poids des éléments localisés : intervenant dans la charge du plancher comprend les cloisons, les cheminées décoratives, les gaines de cheminées, de ventilation ou autres prenant appui sur le plancher.
Les charges d'exploitation comprennent les surcharges d'utilisation et les charges climatiques.

On appelle **surcharges d'utilisation** les sollicitations non permanentes dues au poids des personnes, du mobilier, du matériel, des marchandises.
Ces précisions sont définies par le maître de l'ouvrage. A défaut, la valeur de la surcharge d'utilisation est prise conformément aux prescriptions de la norme.

Les charges climatiques (dites aussi charges éventuelles) sont celles qui sont provoquées par l'effet du vent, de la neige et des variations de température. On en tiendra compte lorsqu'il s'agira de calculer la stabilité d'une terrasse ou d'une toiture (jusqu'à 50°d'inclinaison)

POUSSEE DU VENT :

Le vent qui souffle sur une surface produit une poussée (p) en kg/m^2, normale à sa direction. Cette poussée est fonction de la vitesse à laquelle souffle le vent. Cette vitesse est exprimée en km/h
Grâce à la physique, il est aisé de transformer la vitesse du vent en poussée par m^2 suivant la formule p = $\frac{v^2}{16}$ (m/sec) .Si nous ignorons la vitesse du vent nous ne retiendrons dans nos calculs que le cas extrême, soit p = 150 kg/m2.
Lorsque le vent souffle sur une toiture ayant une pente, sa poussée doit être calculée par m^2 de versant. L'intensité en kg/m^2 de surface normale à sa direction se répartit sur la surface correspondante du versant.
Nous pouvons donc calculer la poussée du vent (P) par m^2 de toiture.

Voir la figure 5.5.

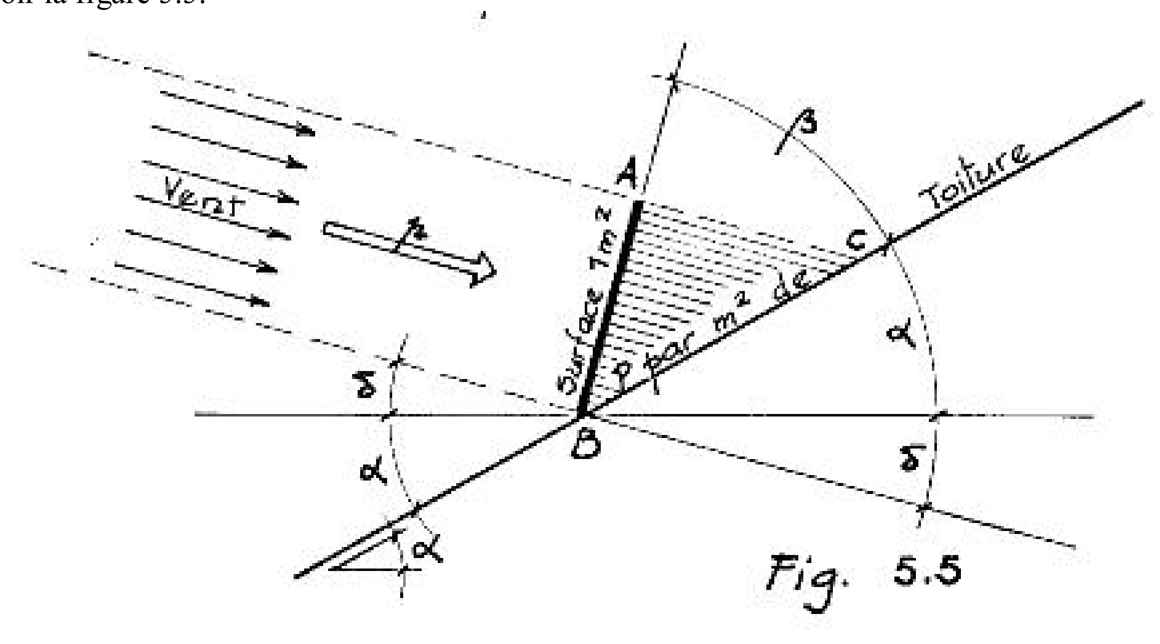


Fig. 5.5

Nous avons:

α = angle de la toiture
$\beta = 90° - (\delta + \alpha)$
δ = angle avec l'horizontale sous lequel souffle le vent

La poussée (p) normale se répartit sur la surface normale AB x 1,00 m
Soit 1,00 m x 1,00 m = 1m^2.
Sur la toiture, les 150 kg se répartissent, en se réduisant sur la surface BC x 1. 00 m du versant.
BC = AB x cos β .

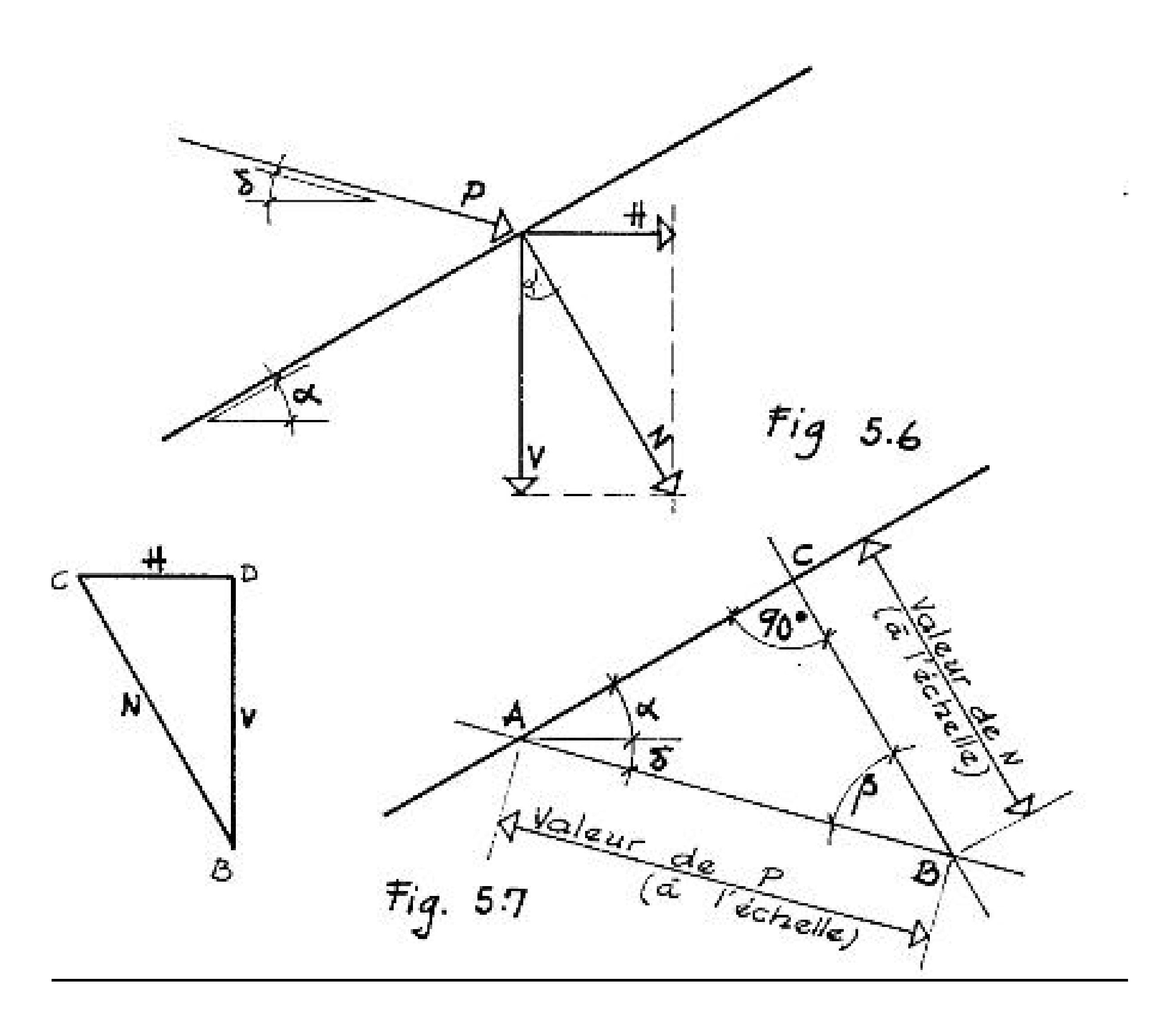
La poussée de P sur le versant se fait toujours selon l'angle β
La poussée P se répartit en trois valeurs:

N : une poussée normale au versant = P x cos β

V : un effort vertical = N x cos α

H : un effort horizontal = N x sin α

Voir la figure 5.6.



Détermination de la poussée du vent:

Application:

Le vent souffle sous un an le de 10° avec l'horizontale avec une vitesse de 160 km/h sur une toiture ayant une pente de 30° sur l'horizontale. On demande:

1 - la poussée du vent/m^2 normale à sa direction (arrondi à un multiple de 5 par excès)

2 - la poussée du vent par m^2 de versant

3 - l'effort normal au versant (N)

4 - l'effort horizontal (H) sur la toiture

5 - l'effort vertical (V) sur la toiture

Solution:

1 - Poussée du vent normale à sa direction:

$V = \frac{160000}{3600} = 44{,}45$m /sec

$p = \frac{44.45}{16} = 125$ kg/m^2

2 – Poussée du vent par m^2 de versant:

L'intensité de 125 kg étant supposée par m^2 de surface normale à sa direction, elle se répartit sur une surface BC x 1.00 m de versant de toiture.

BC x1.00m= $\frac{AB}{\cos\beta} = \frac{1.00m}{\cos 50°} = 1{,}55$ m^2

.

Autrement dit, la poussée p de 125 kg/m^2 se répartit sur la surface BC x 1,00 m, soit 1,55 m^2 avec une pression P de

$P = \frac{125kg}{1.55} = 80{,}6$ kg/m^2 de versant.

<u>Méthode graphique</u> : Voir la figure 5.7

Tracer le polygone des forces à l'échelle 1 mm = 1 kg

- tracer AB parallèle à la direction du vent = 80,6 kg soit 80,6 mm de longueur
- de A, tracer une parallèle à l'arbalétrier de la toiture faisant un angle de 30° avec l'horizontale
-de B, tracer une parallèle à l'effort normal N qui est perpendiculaire à l'arbalétrier et qui coupe celui-ci en C

Mesurer = 51,6 mm soit 51,6 kgf = N

- décomposer la force normale au versant N en deux composantes données H et V

Mesurer CD = 25,8 mm soit 25,8 kgf = H

Mesurer DB = 4,7 mm soit 4,7 kgf = V

Vérification par le calcul:

Valeur de P :

$P = p \cos\beta$ avec p = 125 kg env.

$\beta = 90 - (30 + 10) = 50°$

$\cos\beta = 0{,}643$

d'où P = 125 x 0,643 = 80,375 kg/m2 de toiture

Valeur de N :

$N = P \times \cos\beta$

d'où N = 80,375 x 0,643 = 51,681 kg

Veleur de V

$V = N \times \cos \alpha$ avec $\cos \alpha = \cos 30° = 0,866$

d'où V = 51,681. x 0,866 = 44,756 kg

Valeur de H :

$H = N \times \sin \alpha$ $\sin \alpha = \sin 30° = 0,5$

d'où H = 51,681 x 0,5 = 25,840 kg

19/05.20

VERIFICAT.ION DU TAUX DE COMPRESSION DU SOL

Le sol situé sous la semelle subit une contrainte proportionnelle à la charge qu'il reçoit.
Pour rappel: l'action = la réaction.

Cette charge totale sur le sol est réduite à la résultante R. La résultante R se décompose en P et F.
Pour rappel:

P = somme des charges verticales c.à.d. poids du mur +charges verticales sur le mur + poids de la semelle +...

F = somme des poussées latérales c.à.d. vent + poussée des fermes +...

$R = \sqrt{P^2 + F^2}$

Puisque nous étudions le taux de compression du sol sous la semelle, c'est bien entendu P qui nous intéresse.

Nous posons P = R; c'est le cas favorable aux calculs puisqu'en réalité $P < R$

P est équilibré par la force P' qui est la résultante de la réaction du sol sous la semelle,
Les conditions d'équilibre sont:

1) P=P'
2) P et P'sont sur la même ligne d'action
3) P et P'ont même point d'application
4) Pet P'sont de sens opposés.

L'équilibre sera réalisé si toutes les conditions d'équilibre sont réalisées.

P' = résultante de la réaction du sol sous la fondation
c.à.d. = le taux de travail réel du sol sous la fondation (au joint II)

$$P' = \sigma'$$

Nous devrons vérifier que :

$$\sigma' \leq \sigma'_{max} \ sol$$

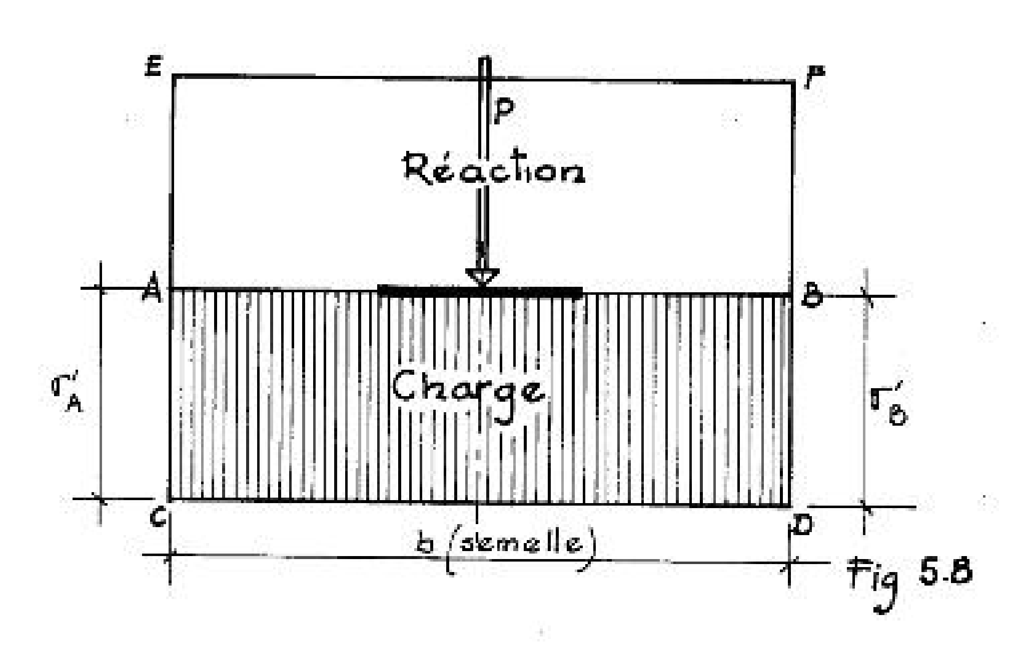


Fig 5.8

CALCUL DES SEMELLES DE FONDATION

Jusqu'à présent, les dimensions des semelles des fondations sont toujours été données.

Comment les déterminer? (Étant entendu que nous n'étudierons, dans le cadre de ce cours, que les fondations superficielles).

Rappel :

Les fondations répartissent les charges d'un ouvrage sur le sol de façon à ce que la charge totale sur le sol soit inférieure ou égale à son taux de travail maximum.

La surface d'appui sur le sol sera fonction:

- des charges totales, additionnant poids de l'édifice,
  Surcharges d'exploitation et surcharges climatiques;
- du taux de travail maximum admissible du sol.

Deux cas sont à envisager:

1) La résistance du terrain est égale ou supérieure aux taux de compression sous le joint Il.

$$\sigma'_{\max} sol \geq \sigma'_A(\mathrm{I} \quad \mathrm{I})$$

C'est le cas d'une construction prenant appui sur un sol très solide ou un roc.

Dans ce cas, la largeur de la semelle sera égale à celle du mur et son épaisseur de 10 cm minimum servira d'égalisation.

2) La résistance du terrain est inférieure au taux de compression au joint II.

$$\sigma'_{\max} sol \langle \sigma'_A(\mathrm{I} \quad \mathrm{I})$$

Ce sera le cas le plus fréquent puisqu'un bon sol résiste généralement à 2 ou 3 bars, tandis que le taux de compression au joint l l peut atteindre facilement 10 à15kg/cm2.

Nous savons que dans le cas de charges axées :

$$\sigma'_{SOL} = \frac{charge.totale}{surface.portante} = \frac{P}{\Omega}$$

Pour diminuer le taux de compression du sol (σ'_{SOL}) , il faut augmenter la surface portante Ω
Deux cas peuvent se présenter, où l'on sera conduit à établir la fondation à faible profondeur :

1- lorsque le terrain superficiel est suffisamment résistant pour qu'on puisse y asseoir la construction, ou lorsqu'il existe une couche solide à une profondeur modérée..

On emploiera alors le système en tranchée continue, appelée "semelle continue" ou "semelle. filante".

2 - lorsque le terrain étant compressible sur une grande profondeur, il serait trop difficile ou trop coûteux d'aller chercher la première couche solide.

On peut établir alors la fondation à une profondeur modérée, mais à la condition de lui donner des dimensions suffisantes.

Le massif constitue alors une semelle s'il B'agit d'un seul mur ou un radier général si la table s'étend sous tout le bâtiment.

La semelle de fondation a toujours une largeur plus grande que le mur qu'elle supporte et l'on nomme "empattement" la saillie qui en résulte.

Cet empattement est de 10 cm minimum si la semelle est en béton non armé car les arêtes offrent peu de résistance.

Cette sur largeur est nécessaire, alors même qu'elle ne serait pas motivée par le peu de résistance du sol.

Nous avons admis par simplification:

- de mener les calculs qui suivent en admettant que les contraintes se répartissent uniformément sous la fondation lorsque la résultante des forces passe par le centre de gravité de l'assiette de fondation.

- de calculer les fondations sans tenir compte des terres qui pourraient surmonter la fondation après remblais.

Note importante :

Toute la théorie du chapitre 6 concerne les semelles de fondation d'un mur ou d'un poteau dont l'axe de la semelle coïncide avec l'axe du mur ou du poteau.

Nous étudierons au chapitre 6 également les fondations excentrées.

SEMELLES CONTINUES NON ARMEES :

Ce type de fondation constitue une solution traditionnelle pour répartir les charges de façon continue (murs portants) si le sol de fondation est assez homogène et si la résistance admissible est moyenne ou bonne.

la largeur b est déterminée en fonction de l'épaisseur du mur, de la résistance admissible du sol et de la nécessité de limiter les tassements.

La hauteur (h) de la semelle sera au moins égale à l'empattement (e) augmenté de 10 cm.

$h \geq e + 10cm$ avec $h \geq 20cm$

Les calculs se faisant par mètre courant de semelle, nous pouvons calculer la largeur (b) par la formule:

$$b \geq \frac{\sum P}{\sigma' \max .sol^{\times 100}}$$

p en kg

$\sigma' en.kg / cm^2$

100 en cm

Il faudra ensuite vérifier la contrainte réelle du sol sous le joint II.

$$\sigma'_{sol(\text{II})} = \frac{\sum P}{100 \times b}$$

On exécute le plus souvent les semelles continues non armées en creusant une tranchée continue par engin mécanique (pelle rétro) et en la remplissant ensuite de béton coulé directement dans la tranchée.

Lorsqu'on veut atteindre une couche de fondation située plus bas que le niveau prévu ou qu'on veut se mettre à l'abri des conditions climatiques dans le cas de sols sensibles (sols gonflants par exemple), on exécute parfois des tranchées nettement plus profondes que larges.

Une limite pratique de profondeur est 1,25 m si le sol a les qualités voulues pour y creuser de telles tranchées à parois verticales sans soutènement. La tranchée aura une largeur au moins égale à b + 150 mm.

Le béton des semelles continues est dosé en général à au moins 250 kg de ciment par m^3 de béton.

Etant donné la faible résistance à la traction du béton non armé, on ne peut admettre pour ce type de fondation que des tassements différentiels très faibles.

Si on prévoit des discontinuités importantes de charge ou de niveau (par exemple grandes ouvertures ou charges importantes apportées par des poteaux ou des colonnes), il est nécessaire de prévoir une armature au droit de ce discontinuités.

Les murs portants, réalisés soit en maçonnerie soit en béton armé coulé sur place entre coffrages, soit en éléments préfabriqués, prennent appui sur ces semelles de fondation.

Si des tuyaux doivent passer à travers des semelles de fondation continues non armées, il faut les désolidariser de celles-ci, surtout lorsque les semelles sont peu épaisses.
Voir applications dans partie pratique

2- <u>SEMELLE CONTINUES ARMEES</u>

Deux cas peuvent se présenter :

- le terrain présente dès hétérogénéités qui font craindre une variation importante de la compressibilité ; dans ce cas, il faut disposer une armature longitudinale dans la semelle pour reprendre les efforts de traction qui résultent des tassements différentiels.

- le terrain présente une qualité insuffisante (résistance admissible médiocre ou compressibilité trop grande), ce qui oblige à élargir les semelles et à prévoir une armature transversale pour reprendre les moments de flexion correspondants.

On se trouve très souvent en présence des deux cas en même temps et, dès lors, il faut prévoir des armatures longitudinales et transversales.

Si on ne peut pas prévoir avec certitude le sens de flexion des semelles, il faut en plus prévoir une armature inférieur et supérieure.

Comme il s'agit d'ouvrages en béton armé, les prescriptions es normes sont d'application.
On prévoit notamment un enrobage des_armatures au moins égal à la plus grande des dimensions suivantes:

- diamètre de la plus grosse armature
- dimension maximum du calibre nominal du granulat

- 20 mm.

S'il Y a des risques particuliers d'agressivité du terrain et/ou de l'eau qu'il contient (dans le cas par exemple de sols tourbeux, de dépôts d'immondices ou de déchets industriels), il faut augmenter ces valeurs.

Il faut prévoir un minimum d'armature transversale pour garantir la mise en place correcte des armatures.

Souvent, les semelles continues sont armées au moyen de treillis soudé, de 6, 9 ou 10 mm ø par exemple, les armatures ayant les mêmes dimensions dans les deux sens.

POIDS ET SECTIONS DES BARRES

Ø nominal mm	Poids du mètre en kg	Sections en cm² pour un nombre de barres de									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,154	0,19	0,39	0,59	0,78	0,98	1,17	1,37	1,57	1,76	1,96
6	0,222	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,82
8	0,395	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,51	4,01	4,52	5,02
10	0,617	0,78	1,57	2,35	3,14	3,02	4,71	5,40	6,28	7,06	7,85
12	0,888	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,78	7,02	9,05	10,18	11,31
14	1,208	1,54	3,08	4,62	6,15	7,69	9,29	10,77	12,31	13,85	15,39
16	1,578	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,10
20	2,466	3,14	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,99	25,13	28,27	31,41
25	3,853	4,91	9,82	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,28	44,19	49,09
32	6,313	8,04	16,08	24,12	32,17	40,21	48,25	56,29	64,32	72,36	80,42
40	9,865	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,39	87,00	100,53	113,08	125,65

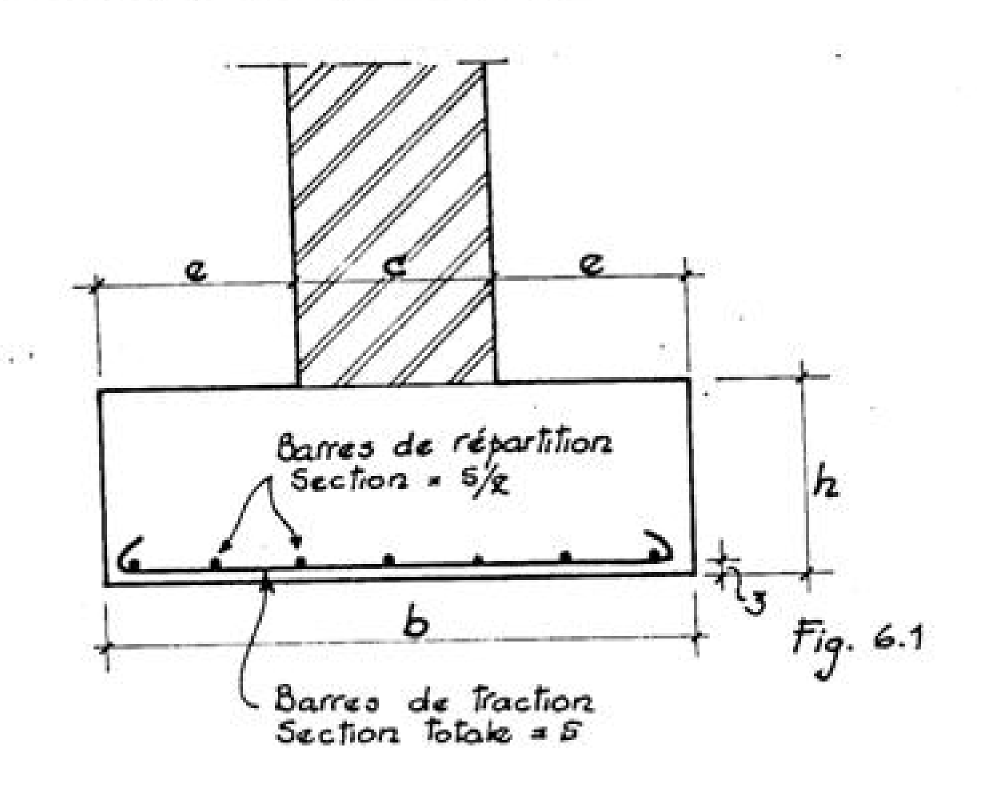


Fig. 6.1

Le béton doit contenir au moins 300 kg de ciment par m^3.

On exécute au préalable un béton de propreté de 50 mm minimum d'épaisseur, dosé a 250 kg de ciment par m^3 de béton. La surface supérieure de ce béton soit correspondre au niveau inférieur des semelles tel qu'il est prévu sur les plans. Ceci permet de garantir une exécution correcte du ferraillage et un enrobage conforme aux prévisions.

Pour déterminer la hauteur de la semelle, la condition suivante sera vérifiée.

$h \geq \frac{b-c}{4} + 5cm$ soit $\frac{e}{2} + 5cm$

Les aciers sui seront placés à la partie basse de la semelle devront résister à un effort de traction de :

$$F = \frac{\sum P(b-c)}{8(h-d^{'})}$$

F = effort en kg

$\sum$ P = somme des charges en kg

C = largeur du mur en cm

h = hauteur de la semelle en cm

d' = enrobage (généralement 3 *cm)*

La section totale S des armatures est donnée par:

S totale = $\frac{F}{\sigma_{ACIER}}$ acier de répartition : 50% de S.

aciers de répartition: 50 de S.

Voir fig.6.1

σ_{acier} = contrainte max. admissible de l'acier.

Dans les nouvelles règles BA 1960 ; il est égal à :

- pour l'acier doux : 1440 bars ou 1470 kg/cm²
- pour l'acier tor : 2750 bars ou 2670kg/cm².

La transmission des efforts du béton aux aciers se fait de façon satisfaisante si ceux-si comportent des crochets à leurs extrémités et si leur espacement est égal au 1/4 de la hauteur utile.

Espacement $= \dfrac{h - d^{'}}{4}$

Si l'on utilise des aciers à adhérence améliorée, il n'est pas nécessaire de terminer les barres par des crochets.

Application n° 3

Soit un mur de 50 cm d'épaisseur transmettant sur la fodation une charge de 15 tonnes par mètre courant de semelle.

La contrainte maximum admissible au sol est de 2 kg/cm². Calculer les dimensions de la semelle armée.

Solution :

l) Estimation du poids de la semelle = 1.500 kg

$$b \geq \frac{P}{\sigma^{'}_{\max sol} \times 100} = \frac{16.500 kg}{2 kg/cm^2 \times 100 cm}$$

=82,5 cm.

Nous prendrons b = 85 cm

2) $h \geq \dfrac{b-c}{4} + 5 cm.$

$$h \geq \frac{85-50}{4} + 5 = 13{,}75$$

Nous prendrons h = 20 cm puisque h 20cm.

3) Poids réel de la semelle par mètre courant :

0,85 m x 1,00 m x 0,20 m x 2 500 kg/m^3 = 425 kg.

4) Effort F = $\frac{10.425kg(85-50)}{8(20-3)} = 2683kg.$

Cet effort sera repris par des armatures en acier doux.

5) S = $\frac{F}{\sigma_{ACIER}} = \frac{2683kg}{1440kg/cm^2} = 1{,}86cm^2.$

Nous prendrons des 08, diamètre économique.

3ø8 = 1,51 cm² ce qui est insuffisant..
4ø8 = 2,01 cm²
Nous placerons donc 4 ø 8 par mètre, sur toute la longueur .de la semelle, soit un fer tous les 33 cm.

Les barres de répartition ont une section égale à 50 % de celle des fers de tension.

Cela représente pour 1,00 m courant :

S = $\frac{1{,}86cm^2}{2} = 0{,}93cm^2.$

Mais la semelle n'a pas 1,00 m de largeur, mais 0,85 **m.**

S = 0,93 x 0,85 = 0,79 cm².

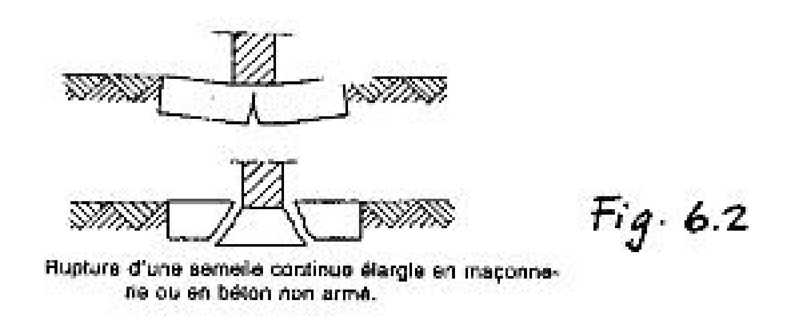
Nous prendrons 2 ø 8 (1,005 cm²) répartis sur la largeur de la semelle.

3 -SEMELLES ELARGIES

Si, sous la charge transmise par les murs, la pression sur le sol est trop élevée (risques de tassements différentiels importants), il faut prévoir l'élargissement des semelles jusqu'à obtenir une pression au sol acceptable. Cet élargissement ne peut se faire qu'en béton armé, car sinon on risque des ruptures de la semelle. Voir la figure 6.2

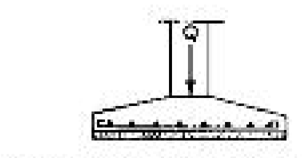
Il faut donc prévoir pour les semelles élargies, un double réseau d'armatures, l'un longitudinal, l'autre transversal. Le premier reprend les moments de flexion résultant de la prise en compte de

tassements différentiels et le second est conçu pour reprendre les moments de flexion dus à l'élargissement.
Si la section de la semelle n'est pas suffisante pour reprendre en sécurité les moments de flexion résultant des tassements différentiels ou si une discontinuité importante des moments fléchissants résulte de charges isolées (poteaux, colonnes), on donne parfois à la semelle le profil d'un T renversé, armé en conséquence.



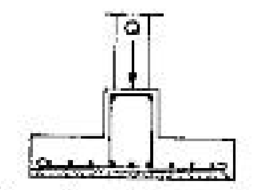
Rupture d'une semelle continue élargie en maçonnerie ou en béton non armé.

Fig. 6.2



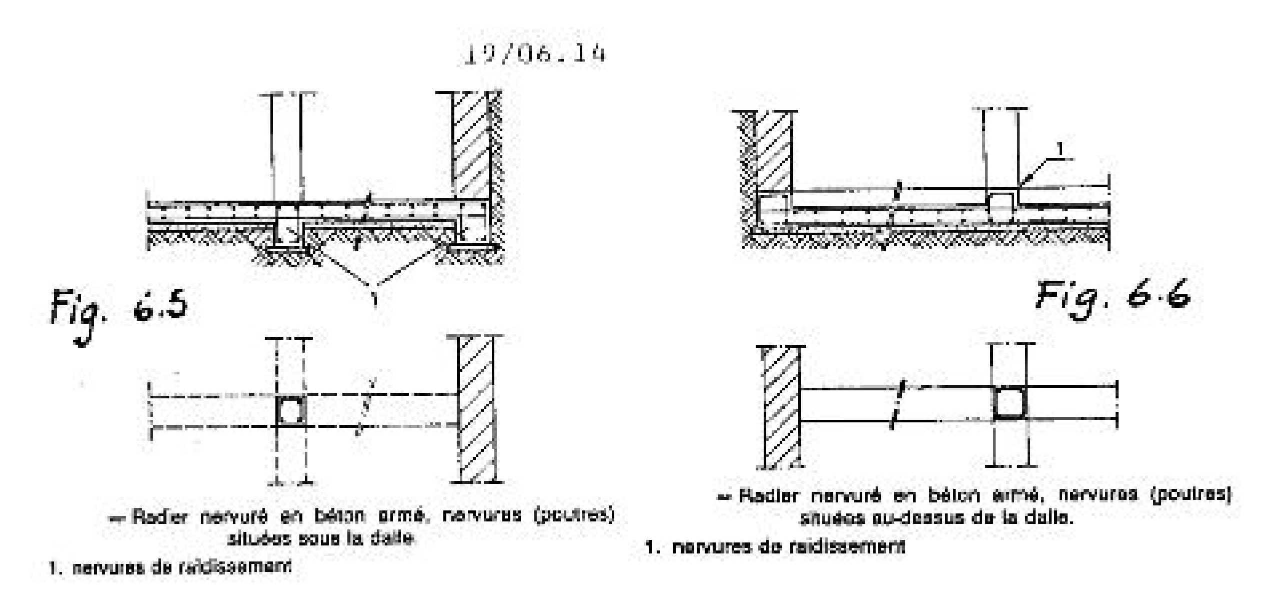
Semelle continue élargie en béton armé avec double réseau d'armatures.

Fig 6.3



Semelle continue élargie en béton armé - profil en T renversé - avec double réseau d'armatures.

Fig 6.4



4 RADIERS

Le radier est une fondation à faible profondeur. Il est conçu pour répartir les charges et les surcharges de la superstructure et de l'infrastructure sur l'ensemble de sa surface d'assise et est constitué d'une dalle en béton armé coulé sur le terrain.

Le but principal est d'assurer une répartition des charges et des surcharges afin obtenir une pression au sol aussi réduite que possible. Ceci est requis lorsque la compressibilité du sol et sa résistance admissible sont très faibles, ce qui ne permet pas de prévoir les types de fondations précites.

Un radier peut être flexible, donnant lieu au droit des charges à des réactions plus grandes qu'entre les charges. Il peut être rigide (ou raide), ce qui assure une répartition beaucoup plus uniforme des charges.

Pour réaliser un radier plus ou moins rigide, différentes solutions sont possibles:

- radier plat, constitué d'une dalle en béton armé, d'épaisseur constante avec armatures supérieures et inférieures dans les deux sens, disposées et dimensionnées en fonction des charges appliquées et des sollicitations qu'elles engendrent. L'inertie dépend de l'épaisseur et de l'armature

- radier nervuré, constitué d'une dalle en béton armé, d'épaisseur constante et de poutres en béton armé'(nervurés) situées soit sous la dalle, soit au-dessus de celle-ci aux emplacements où la transmission des charges le requiert; on fait ainsi varier la raideur selon les charges appliquées.

voir les figures 6.5 et 6.6

Ces poutres sont bétonnées soit à même le sol si les nervures sont inférieures (après mise en place d'un béton de propreté d'au moins 50 mm d'épaisseur) en même temps que la dalle, soit ultérieurement dans des coffrages si les nervures sont supérieures; dans ce dernier cas, l'armature de la dalle doit comporter des aciers en attente.

D'autres types de radiers existent, par exemple la dalle champignon renversée, le radier voûté, le radier-caisson, etc. Ces radiers ne sont généralement pas utilisés dans les constructions qui font l'objet de ce cours.

Le choix d'un type de radier dépend de l'instructure (poteaux, voiles), de la superstructure (c'est-à-dire des charges transmises), des conditions géotechniques (type de sol, résistance admissible et compressibilité) et de la présence éventuelle de la nappe phréatique et de ses variations.

Si le radier est situé à un niveau plus bas que celui de la nappe phréatique, on tient compte dans le dimensionnement du radier des sous-pressions d'eau qui peuvent engendrer des efforts importants, d'autant un radier est généralement conçu pour aussi que le poids de la construction, plus que dans ce cas être étanche. Il fau aussi que le poids de la construction, caves et radier compris, soit suffisant pour compenser ces sous-pressions.

Un radier ne doit pas nécessairement être fondé à un niveau "hors gel", sauf sur son pourtour. Il ne faut cependant oublier que le sol de fondation n'est pas protégé du gel pendant la période de construction, ce qui impose l'emploi d'une protection provisoire.
Si on veut établir un radier à très faible profondeur, on enlève au moins la couche de terre arable et les couches contenant des matières organiques et on empêche que les eaux de pluie et de ruissellement ne viennent affouiller le sol sous le radier.

De plus, il est de bonne pratique de prévoir sous le radier une couche de matériaux anti-capillaires (sable qrossier par exemple) sur laquelle est éventuellement placée une membrane étanche. L'éventuel isolant thermique, qui doit être peu compressible sous l'effet des charges appliquées (isolant haute densité), doit être de préférence placé au dessus du radier. Si on ne peut éviter de placer l'isolant thermique sous le radier, il doit se trouver au-dessus d'une membrane étanche à l'eau et à la vapeur d'eau et être recouvert d'une membrane de protection contre l'eau et le béton lors du bétonnage de la dalle.

Dans le cas de constructions fondées sur radier avec caves creusées dans le sol; la pression au sol sous le radier peut être égale ou même inférieure à la pression naturelle existante avant excavation

Dans ce cas, il y a de grandes chances que le tassement soit très limité, mais il y a es risques de gonflement du sol, surtout en sol argileux.

Une fondation sur radier rigide ne résoud pas nécessairement toutes les difficultés.

5 -<u>FONDATIONS SUR PLOTS ISOLES ET LONGRINES</u>

Il s'agit de plots ou semelles en béton armé ou non, coulés en général directement dans une fouille creusée dans le sol, souvent de dimensions carrées ou rectangulaires.

Parfois on place un plot en béton armé préfabriqué sur un béton de propreté à fond de fouille.

Les semelles sont armées ou non en fonction des efforts à transmettre et des sollicitations internes résultantes.

Celles-ci sont 'notamment fonction du rapport de la longueur (ou largeur) à l'épaisseur de la semelle.

En général, il faut éviter de construire un bâtiment fondé sur semelles ou sur plots isolés si le terrain de fondation est un remblai, même relativement ancien, à moins qu'on n'ait vérifié par des essais appropriés si le remblai a été consolidé.

Pour transmettre les charges de la construction aux fondations, on utilise souvent des longrines, c'est-à-dire des poutres, habituellement en béton armé, parfois précontraint, prenant appui sur les semelles isolées ou les plots.

La fl gure 6.7 illustre le cas d'une longrine simple, posée sur deux appuis distants de 4m d'axe en axe, destinée à reprendre une charge de 50 KN/m.

Les longrines peuvent être solidarisées entre elles par un noeud bétonné dans lequel viennent s'ancrer les armatures en attente des longines et éventuellement celles de l'appui.

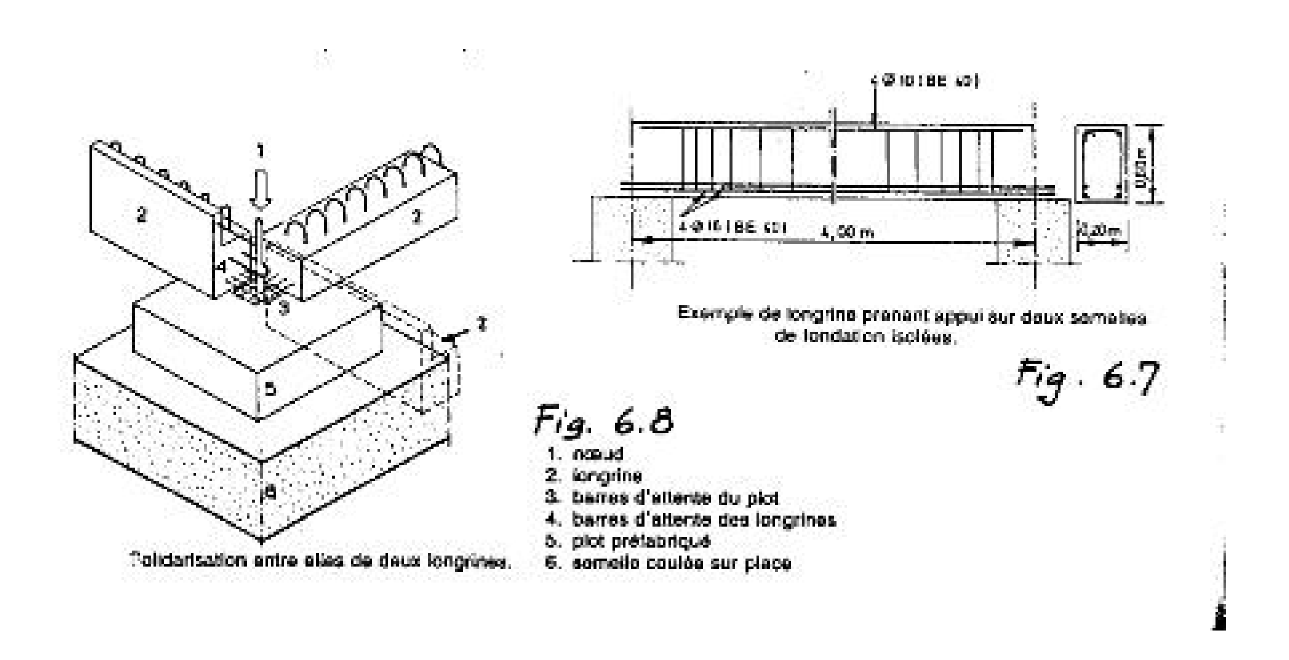
Voir la figure 6.8.

Si on prévoit des longrines continues sur plusieurs appuis, il faut tenir compte des moments négatifs (fibre supérieure tendue) au droit des appuis.

Dans certains cas, une bonne rigidité d'ensemble est obtenue par une dalle-plancher solidarisée avec les longrines. La figure montre des longrines pourvues d'armatures en attente tout le long de la longrine et d'un baquet permettant de bétonner cette dalle-plancher.

Les mêmes recommandations s'appliquent aux longrines établies sur les têtes de pieux ou de faux-puits dans le cas de fondations profondes.

Il est toujours prudent de disposer les longrines pour qu'elles ne viennent pas en contact direct avec le sol situé entre les appuis, cas si des appuis tassent ou si le sol gonfle, il peut se créer des réactions pour lesquelles les longrines n'ont pas été prévues.



6 –SEMELLE FILANTE AVEC TALON

Si, dans une semelle filante armée, au lieu de prendre une hauteur n constante, nous prenons une hauteur plus économique, nous obtenons une semelle avec talon (appelé aussi libage).

Appelons :

Q la charge, en kilogrammes, à transmettre au sol par mètre linéaire dans le sens longitudinal du mur (0 = poids de 1 m de mur et de semelle + charges et surchages agissant sur 1 m de mur; on peut d'ailleurs, en général, négliger le poids propre de la semelle).

σ_S la contrainte admissible sur le sol, en kilogrammes force par centimètre carré.

Pour que la contrainte sur le sol ne dépasse pas la contrainte admissible, on devra avoir :

$$B \geq \frac{Q}{100\sigma_S}$$

(8 = largeur de la semelle en centimètres).

En outre, pour que les contraintes soient uniformément réparties sur. le sol et pour que les efforts dans les bielles de béton que nous serons amenés à considérer par la suite

soient convenablement transmiss aux armatures, les dimensions de la semelle doivent satisfaire aux conditions suivantes :

- pour la hauteur ht à l'aplomb du mur :

$$h_t \geq d + \frac{B-b}{4}, avecd \geq 5cm$$

- pour la hauteur e au bord libre :

$$e \geq 6\Phi + 6,$$

(ø = diamètre des armatures en centimètres ; e est également exprimée en centimètres).

On coule généralement sous la semelle un béton de propreté d'au moins 5cm d'épaisseur.
Très souvent on fait reposer le mur sur la semelle par l'intermédiaire d'un libage qui a pour effet de raidir la semelle et et permet de remédier aux tassements différentiels pouvant se produire. Ce libage est constitué par une poutre comportant des armatures longitudinales et des armatures transversales.

S'il existe une grande ouverture au dessus du libage, celui-ci va travailler, au droit de c cette ouverture, comme une poutre chargée du bas vers le haut. Aussi, on renforce les armatures du libage comme indiqué sur la figure 6.10

Méthode de calcul

Les semelles sont des pièces pour lesquelles la hauteur est faible par rapport à la longueur, elles ne satisfont donc pas aux hypothèses du cours de Résistance des Matériaux.

Aussi, pour le calcul des armatures, nous utiliserons la méthode des bielles qui consiste à admettre que les efforts provenant du mur sont transmis par l'intermédiaire de bielles obliques de béton ayant leur origine au point A (A étant le point de rencontre de l'axe du mur avec la droite

joignant le point C, où commence le crochet des barres, au point B, où la semelle rejoint le parement du mur) (fig. 6.11)

Considérons alors un élément de semelle de largeur dx et de longueur unité (1 m = 100 cm). La réaction du sol sur ce élément est dQ = $\sigma \times 100 \times dx$;
comme:

$$\sigma = \frac{Q}{100 \times B} \qquad dQ = \frac{Q}{B} dx$$

Or dQ peut être décomposée en une force de compression dF', dirigée suivant DA, et une force de traction dF, dirigée suivant DC.

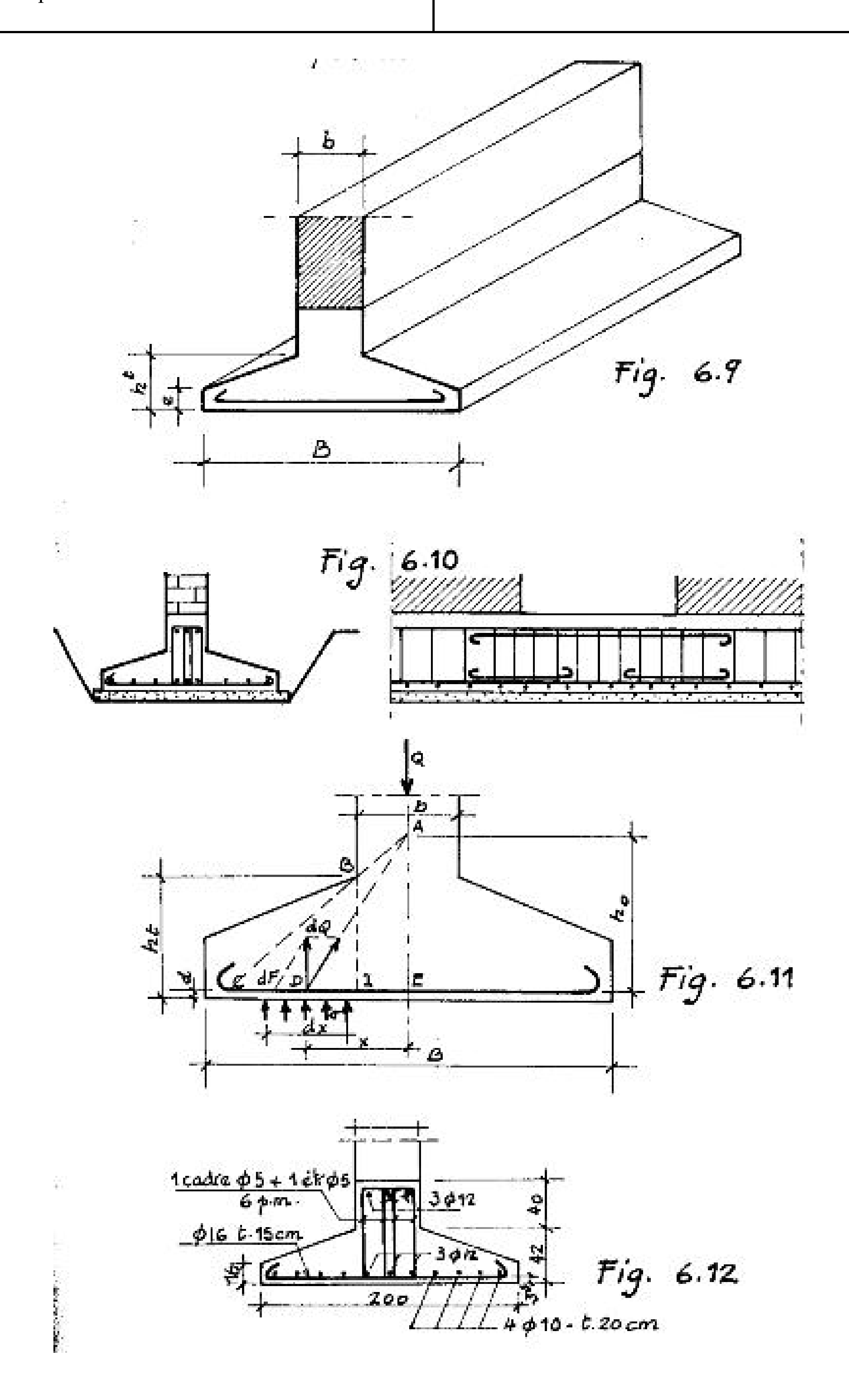
Nous avons :

$$\frac{dF}{dQ} = \frac{x}{h_0}$$ (triangles semblables),

D'où :

$$dF = \frac{Q}{Bh_0} \times dx$$ et $$F = \frac{Q}{Bh_0} \int_0^{\frac{B}{2}} x dx = \frac{QB}{8h_0}$$

(F étant l'effort de traction par unité de longueur de semelle).


b
h
e
B
Fig. 6.9
Fig. 6.10
Q
b
A
B
h0
h2t
dQ
d
C dF D
1
E
dx
x
B
Fig. 6.11
1cadre ϕ5 + 1 étr ϕ5
6 p.m.
3ϕ12
ϕ16 t. 15cm
3ϕ12
40
42
200
4ϕ10 - t.20cm
Fig. 6.12

Les triangles BCI et AEC étant semblables, nous avons :

$$\frac{BI}{AE} = \frac{CI}{CE}$$

Or :

$$BI = h_T - d ; AE = h_0 ; CI \neq \frac{B-b}{2} ; CE \neq \frac{B}{2} ;$$

D'où :

$$\frac{h_T - d}{h_0} = \frac{B-b}{B}$$

Et par suite :

$$F = \frac{Q(B-b)}{8(h_T - d)} \quad (1)$$

La section des armatures, par unité de longueur de semelle, aura pour valeur :

$$A = \frac{F}{\sigma_a}$$

S'il Y a plusieurs nappes d'armatures, on arrête a l'une des nappes dès qu'elle ne sera plus nécessaire.

D'après ce que nous avons vu, on peut calculer F, à la distance x de l'axe, par :

$$Fx = \frac{Q}{Bh_0}\int_x^{\frac{B}{2}} x dx = \frac{Q}{Bh_0}\left[\frac{x^2}{2}\right]_x^{\frac{B}{2}} = \frac{Q}{2h_0}\left[\frac{B}{4} - \frac{x^2}{B}\right]$$

Les armatures déterminées ci-dessus seront complétées par des armatures de répartition, parallèles à l'axe longitudinal du mur, et dont la section sera de l'ordre du quart de celles calculées.

Application numérique

Soit à calculer les dimensions et les armatures d'une semelle de fondation située sous un mur de 0,50m d'épaisseur. Charge totale pondérée transmise par le mur: 40000 kg par mètre de longueur.

Contrainte admissible sur le sol : σ_S = 2 kgf /cm².

La semelle est en béton peu contrôlé, dosé à 350 kg/m3 ; les armatures sont en acier Fe E 22 ; la fissuration est préjudiciable (k = 106).

Nous avons :

$$B = \frac{40000}{100 \times 2} = 200cm; h_T \geq 3,5 + \frac{200-50}{4} = 41cm;$$

Nous prendrons :

$$h_T = 42cm, d'où h_T - d = 42 - 3,5 = 38,5cm.$$

La formule (1) s'écrit :

$$F = \frac{40000(200-50)}{8 \times 38,5} = 19480kg.$$

La section des armatures, par mètre de longueur, aura pour valeur :

$$A = \frac{19480}{1470} = 13,25cm^2,$$

soit des ø 16 espacés de 15 cm (13,41 cm²).

Pour des ø 16, avec k = 106 et σ_b = 5,8 bars bars, le tableau 4 (Annexes) donne : σ_2 = 1445 bars = 1475 kgf/cm².

La contrainte adoptée de 1470 kgf/cm² est donc admissible, compte tenu des risques de fissuration.

Nous aurons :

$$e \geq 6 \times 1,6 + 6 = 15,6cm$$ soit e=16cm.

Armatures de répartition :

$$A_1 = \frac{13,25}{4} = 3,31cm^2, soit 5\Phi10 \, par.métre = 3,92cm^2$$

Le libage sera armé de 3 ø 12 à la partie supérieure et à la partie inférieure, ainsi que par un cadre et un étrier en ø 5 disposés à raison de 6 par mètre.

7 -SEMELLE ISOLEE SOUS POTEAU :

Il est évident que si nous savons calculer une semelle rectangulaire, nous savons calculer une semelle carrée, le grand côté étant alors égal au petit côté.

Une telle semelle constitue un tronc dé pyramide (fig.6.13) Appelons:

Q : la charge, en kilogrammes, à transmettre au sol ;
σ_S : la contrainte admissible sur le sol, en kilogrammes forme par centimètre carré;

Bx : le grand côté du rectangle (bx pour le pilier) en centimètres ;

BY : le petit côté du rectangle (bY pour le pilier) en centimètres.

Pour que la contrainte sur le sol ne dépasse pas la contrainte admissible, nous devrons avoir :

$$B_X B_Y \geq \frac{Q}{\sigma_S}$$

On prendra $\frac{B_X}{B_Y} = \frac{b_X}{b_Y}$ de manière que la semelle et le Pilier soient homothétiques, ou sensiblement homothétiques.

Les autres dimensions de la semelle devront satisfaire aux conditions suivantes :

$$h_T \geq d_1 + \frac{B_X - b_X}{4}$$

$$e \geq 6\Phi + 6(e.et\Phi en.centimétres).$$

Lorsque les armatures des piliers sont comprimées, comme c'est le cas dans l'hypothèse envisagée où la charge du pilier est centrée, il n'est pas indispensable de les munir de retour. Ces armatures doivent toutefois être prolongées jusqu'à la partie inférieure de la semelle (voir la figure 6.16)

Méthode de calcul

Rapportons la semelle à trois axes rectangulaires: 0Z dirigé suivant la verticale passant par l'axe de la semelle, 0X et 0Y parallèles aux bords. Portons sur 0Z la longueur h0 , le point A qui détermine la valeur de h0 (fig 6.15) étant déterminé comme dans le cas des semelles sous mur.

Considérons un éléments de la semelle, de dimensions dx et dy et de centre I (x, y).

Si σ est la contrainte du sol, $\sigma = \dfrac{Q}{B_X B_Y}$, la réaction du sol sur l'èlément envisagé a pour valeur :

$$dQ = \sigma d_X d_Y = \frac{Q}{B_X B_Y} d_X d_{Y.}$$

Décomposons dQ en dF' suivant la bielle lA et dF dans le plan xoy.

Nous avons :

$$\frac{dF}{dQ} = \frac{OI}{h_0} (triangle\ semblables),$$

d'où :

$$dF = \frac{Q}{B_X B_Y} \frac{OI}{h_0} d_X d_Y$$

Décomposons maintenant dF parallèlement aux axes Ox et Oy

$$dF_X = dF \cos\theta = dF \times \frac{x}{OI} = \frac{Q}{B_X B_2} \frac{x}{h_0} d_X d_Y,$$

D'où :

$$F_X = \frac{Q}{B_X B_Y h_0} \int_{-\frac{B_Y}{2}}^{+\frac{B_Y}{2}} dy \int_0^{\frac{B_X}{2}} x dx = \frac{Q}{B_X B_Y h_0} . B_Y . \frac{B_X^2}{8}$$

$$= \frac{QB_X}{8h_0}.$$

On obtient :

$$\frac{h_T - d_1}{h_0} = \frac{B_X - b_X}{B_x}$$

$$F_X = \frac{Q(B_X - b_X)}{8(h_T - d_1)}$$

Si, au lieu de dFx, nous considérons maintenant la composante dFy de dF parallèle à, oy, nous obtenons :

$$F_Y = \frac{Q(B_2 - b_2)}{8(h_T - d_2)}$$

Les armatures seront donc constituées par deux nappes superposées de barres orthogonales et parallèles aux côtés.

La section totale des armatures parallèles à Ox, c'est-àdire : grand côté, aura pour valeur:

$$A_x = \frac{F_x}{\sigma_a}$$

et la section totale des armatures parallèles à Oy, c'est à dire au petit côté:

$$A_y = \frac{F_y}{\sigma_a}$$

<u>Application numérique</u>

Soit à déterminer la semelle de fondation d'un pilier rectangulaire de 30 x 20 cm, transmettant une charge centrée de 30 t.

Contrainte admissible sur le sol de fondation: σ_s = 3 kgf /cm^2

Pour les armatures: σ_a = 1470 kgf/crn^2, sous réserve des conditions relatives à la fissuration qui est préjudiciable (k = 10^6) et σ_b=5,8 bars.

Nous avons :

$$B_x B_y \geqslant \frac{30\ 000}{3} = 10\ 000\ cm^2.$$

comme $\frac{b_x}{b_y} = \frac{30}{20} = 1,5$, nous prendrons $B_y = 125$ cm et B_2=85cm.

$h_t \geqslant 3,5 + \frac{125 - 30}{4} = 27,25$ cm, nous prendrons $h_t = 30$.

Les formules (2) et (3) s'écrivent :

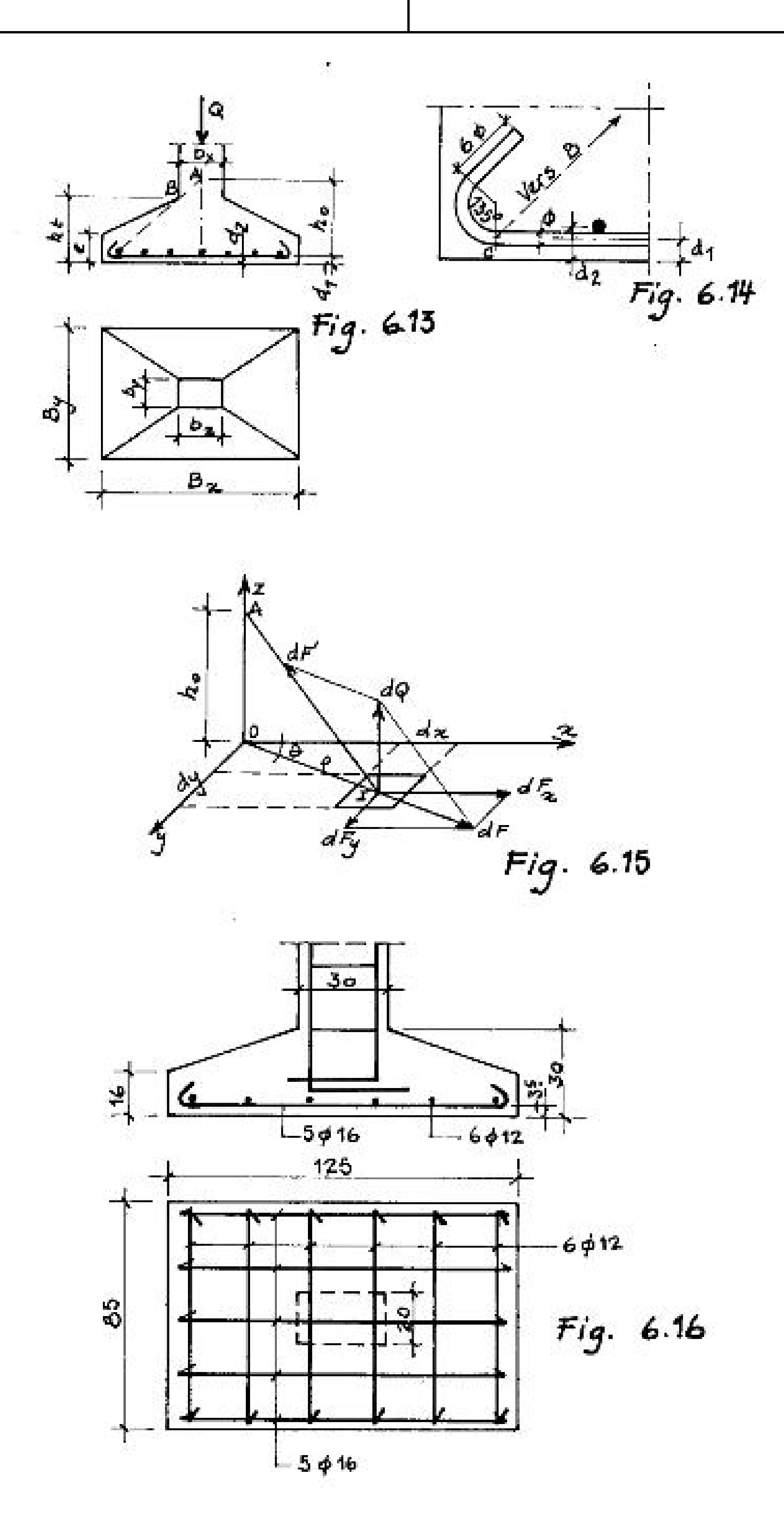
$$F_x = \frac{30\ 000\ (125 - 30)}{8\ (30 - 3,5)} = 13\ 443\ kg\ ;\ F_2 = \frac{30\ 000\ (85 - 20)}{8(30 - 5)}$$

$$= 9\ 750\ kg.$$

d'où :

$$A_x = \frac{13\ 443}{1\ 470} = 9,15\ cm^2,\ \text{soit}\ 5\ \emptyset\ 16 = 10,05\ cm^2\ ;$$

$$A_y = \frac{9\ 750}{1\ 470} = 6,63\ cm^2,\ \text{soit}\ 6\ \emptyset\ 12 = 6,78\ cm^2\ .$$



Q
A
B
ht
e
ho
d1
Bx
By
bx
by
Fig. 6.13
6φ
vers B
135°
φ
c
d1
d2
Fig. 6.14
z
A
ho
dF'
dQ
O
θ
ρ
dx
x
dy
y
dFx
dFy
dF
Fig. 6.15
30
16
5φ16
6φ12
125
85
6φ12
30
5φ16
Fig. 6.16

Nous savons que pour des Φ 16 la contrainte de 1470 kgf/cm² était admissible
Nous aurons :
E=6 x1.6 +6= 15.6 cm soit 16 cm
La semelle ainsi déterminée est représentée sur la figure 6.16

9- SEMELLE' ISOLEE TRONCONIQUE SOUS PILIER, CIRCULAIRE.

Une telle semelle, qui a la forme d'un tronc de cône (fig. 6.19) peut être armée par un quadrillage de deux nappes orthogonales, ou par des cerces (cerceaux).
Avec les notations de la fig 6.19 et, si Q et σ_s représentent les quantités déjà définies en B, paragraphe l, on doit avoir:

$$D \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi\sigma_s}}$$

(Pour d_1 dans le cas d'armatures constituées par des cerces, voir figure 6.20)
Lorsque la semelle est armée par deux nappes orthogonales:
$e \geq 6\phi + 6$ (e et ϕ0 en centimètres).
Lorsque la semelle est armée par des cerces (fig. 6.20)
$e \geq m\ \phi 0 + 3\ (m + 1)$,
(m = nombre de cerces, e et ϕ en centimètres).
Dans le dernier cas envisagé, on dispose généralement des armatures verticales, liées aux cerces, qui assurent, pendant le bétonnage, le maintien de ces cerces aux positions prévues et qui forment, en outre, une butée efficace pour les bielles de béton comprimées.

Méthode de calcul:

a) Armatures constituées par deux nappes de barres orthogonales. - Rapportons la semelle à un système d'axes rectangulaires tel que Oz soit confondu avec l'axe de la semelle et portons sur Oz la longueur OA = h_o (h_o étant déterminé comme dans Ies cas précédents, (voir fig 6. 21)

Si σ est la contrainte du sol, $\sigma = \frac{4Q}{D^2}$ et nous aurons :

$$F_X = \frac{Q(D-d)}{3\pi(h_T - d_1)}$$

$$F_Y = \frac{Q(D-d)}{3\pi(h_T - d_2)}$$

Nous aurons donc:

- pour la section des armatures inférieures :$A_1 = \frac{Fx}{\sigma_a}$

- pour l section des armatures supérieures : $A_2 = \frac{F_y}{\sigma_a}$

Si D < 1 m ,on peut considérer que l'effort est uniformément réparti et disposer les barres avec un écartement constant .Toutefois les barres situées aux extrémités sont souvent trop courtes pour être efficaces, aussi il est préférable de ne pas les prendre en compte dans le calcul de A_1ou de A_2 et de les considérer comme des barres de répartition.

Si l m < D < 3 m, on divisera deux diamètres perpendiculaires en trois parties égales (fig6.22) et on placera:

- dans la zone centrale: 0,50 A_1 et 0,50 A_2 ;
- dans chaque zone latérale: 0,25 A_1 et 0,25A_2.

Si D > 3m, on divisera deux diamètres perpendiculaires en cinq parties égales (fig 6. Z3) et on placera:

-dans la zone centrale: 0,30 A_1 et 0,30 A_2 ;
-dans chaque zone intermédiaire: 0,25 A_1 et 0,25 A_2 ;
-chaque zone latérale: 0,10 A_1 et 0,10 A_2.

b) Armatures constituées par des cerces: - Nous avons alors:

$$F_X = F_y = \frac{Q(D-d)}{3\pi(h_T - d_1)}$$

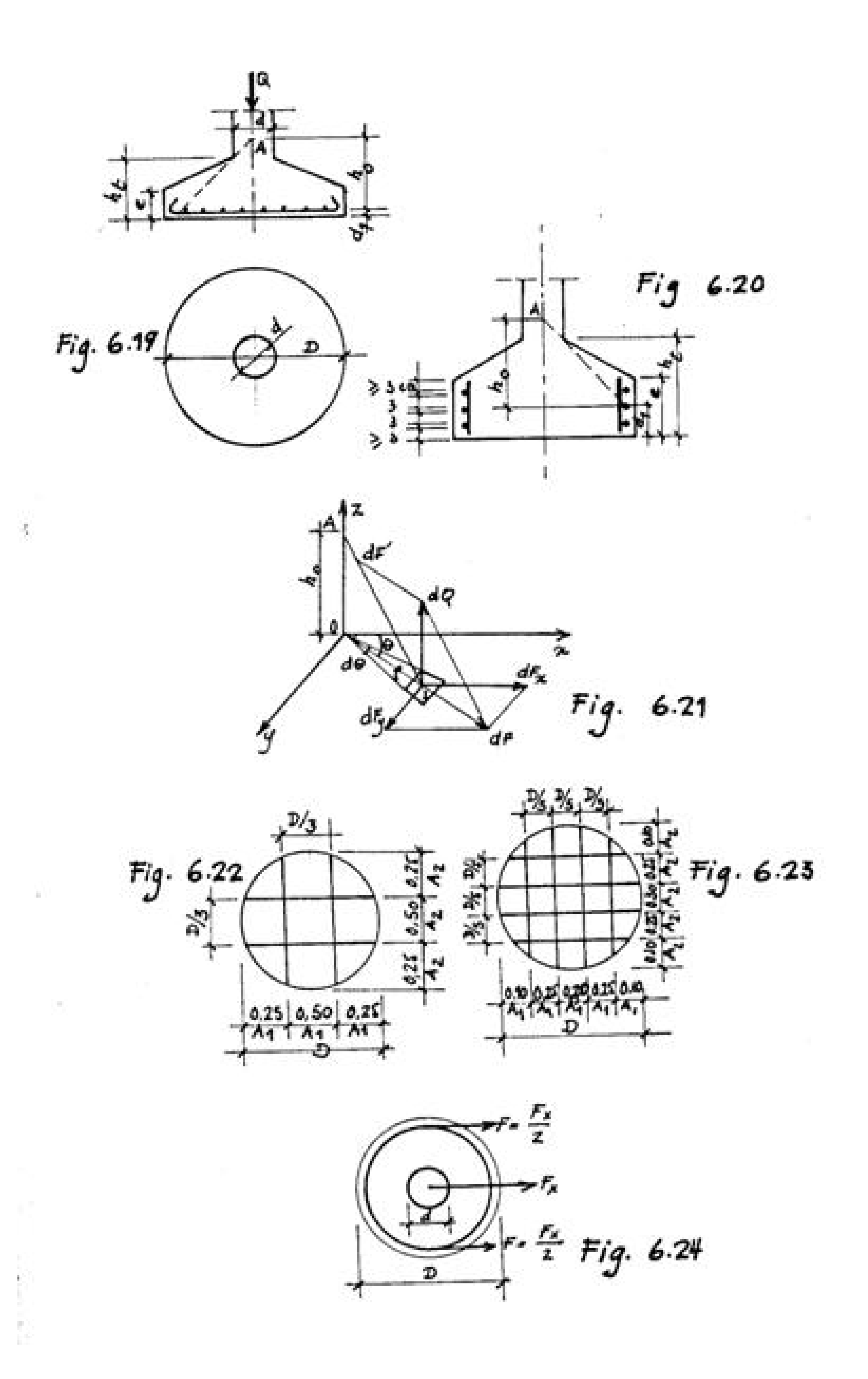
(d_l étant la distance entre la base de la semelle et le centre de gravité des cerces).

Les cerces doivent donc équilibrer une force

$F = \frac{F_x}{2}$ (f i g. 6. 24)

soit: $F = \frac{Q(D-d)}{3\pi(h_T - d_1)}$

la section totale des cerces aura pour valeur: $A = \frac{F}{\sigma_a}$



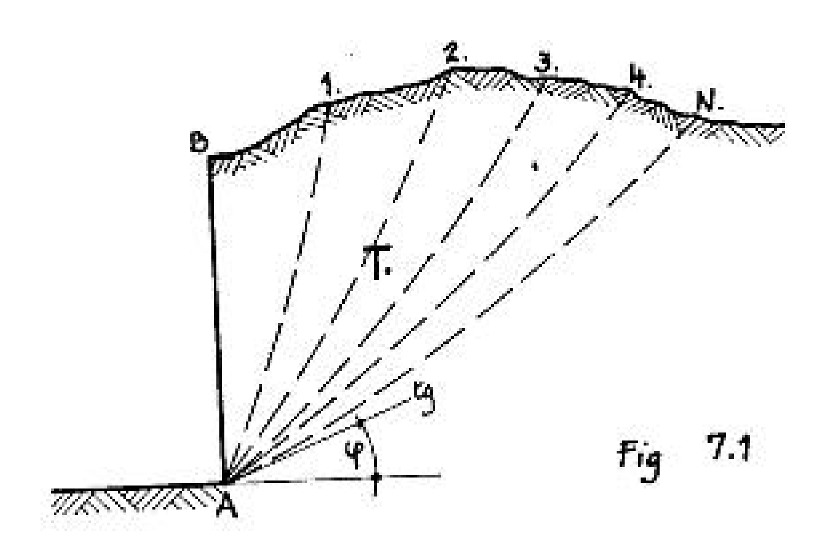
Q
d
A
h0
ht
e
d1
Fig. 6.19
D
Fig 6.20
Fig. 6.21
z
x
y
dF'
dQ
dF
dFx
dFy
dθ
θ
Fig. 6.22
D/3
0,25
0,50
A1
A2
Fig. 6.23
0,10
0,20
Fig. 6.24
F = Fx/2
Fx

LA POUSSE DES TERRES

1-TALUS NATUREL DES TERRES

Des expériences nombreuses ont permis de montrer qu'un massif de terre ayant une surface supérieure quelconque et une face verticale AB non soutenue n'est pas stable.

Voir la figure7 . 1



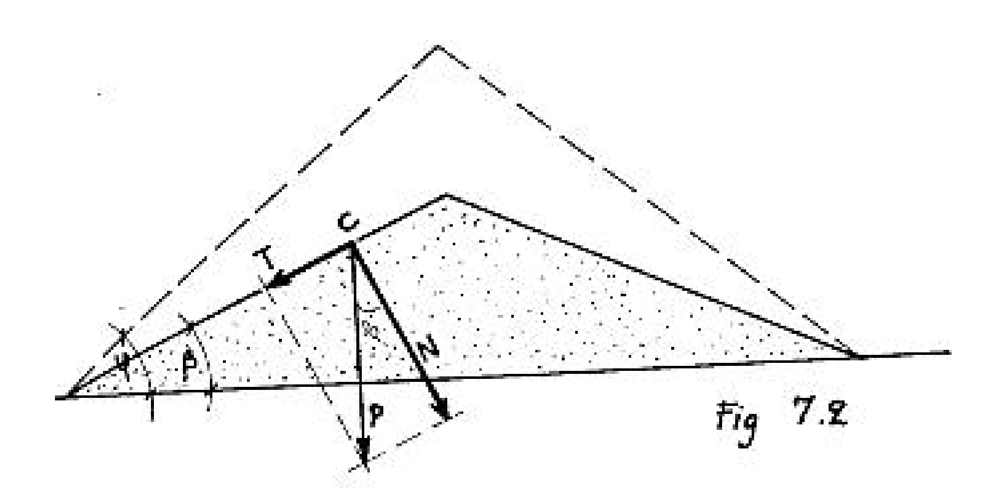
La terre s'éboule d'abord suivant une première surface cylindrique A.l., ensuite un second éboulement se produit suivant A.2. et ainsi de suite.
La terre cessera de s'ébouler lorsque le terrain sera limité à la surface A.N., appelée "TALUS NATUREL DES TERRES"

La surface cylindrique A.N.a une tangente en A qui fait avec l'horizontale un angle φ (phi)
L'angle φ est appelé "ANGLE DU TALUS NATUREL"

C'est donc la pente que tend à prendre un massif de terre sans cohésion.
On appelle "terres sans cohésion" les terres qui n'admettent pas de tension de traction. C'est le cas du sable sec, par exemple.

Les "terres cohérentes" peuvent admettre de faible tension de traction. C'est le cas de l'argile grasse, par exemple.

Voir la figure7 .2



Considérons le cas d'une masse de terre sans cohésion, dont le talus fait avec l'horizontale un angle β (bêta) assez petit.

La particule de matière C est sollicitée par la force de pesanteur P. Cette force peut se décomposer en une composante normal N et une composante tangentielle T. La composante tangentielle T tend à faire glisser la particule sur le plan incliné.

Si nous augmentons l'angle β, la valeur T augmentera et il arrivera un moment où la particule C finira par glisser sur le talus qui fera avec l'horizontale un angle φ (phi)
A ce moment : T= N x tg φ = N x f
Pour rappel (voir chapitre 2)

f = coefficient de frottement de la matière sur elle-même et φ angle de talus naturel, avec tg φ =f

En effet, dans chaque cas, on a $\frac{T}{N} = \text{tg}\beta$;

Dans l'état d'équilibre limite on doit avoir $\frac{T}{N}$ = = f ou $\frac{T}{N} = \text{tg } \varphi$

L'état d'équilibre limite d'un massif sans cohésion est donc atteint pour une pente telle que tg β = tg φ , c' est à- dire pour une inclinaison $\beta = \varphi$, φ étant l'angle de frottement interne du massif considéré, appelé de ce fait angle de talus naturel.
Voir applications dans partie pratique

POUSSEE DES TERRES SUIVANT LA METHODE DE COULOMB
Remarque préliminaire

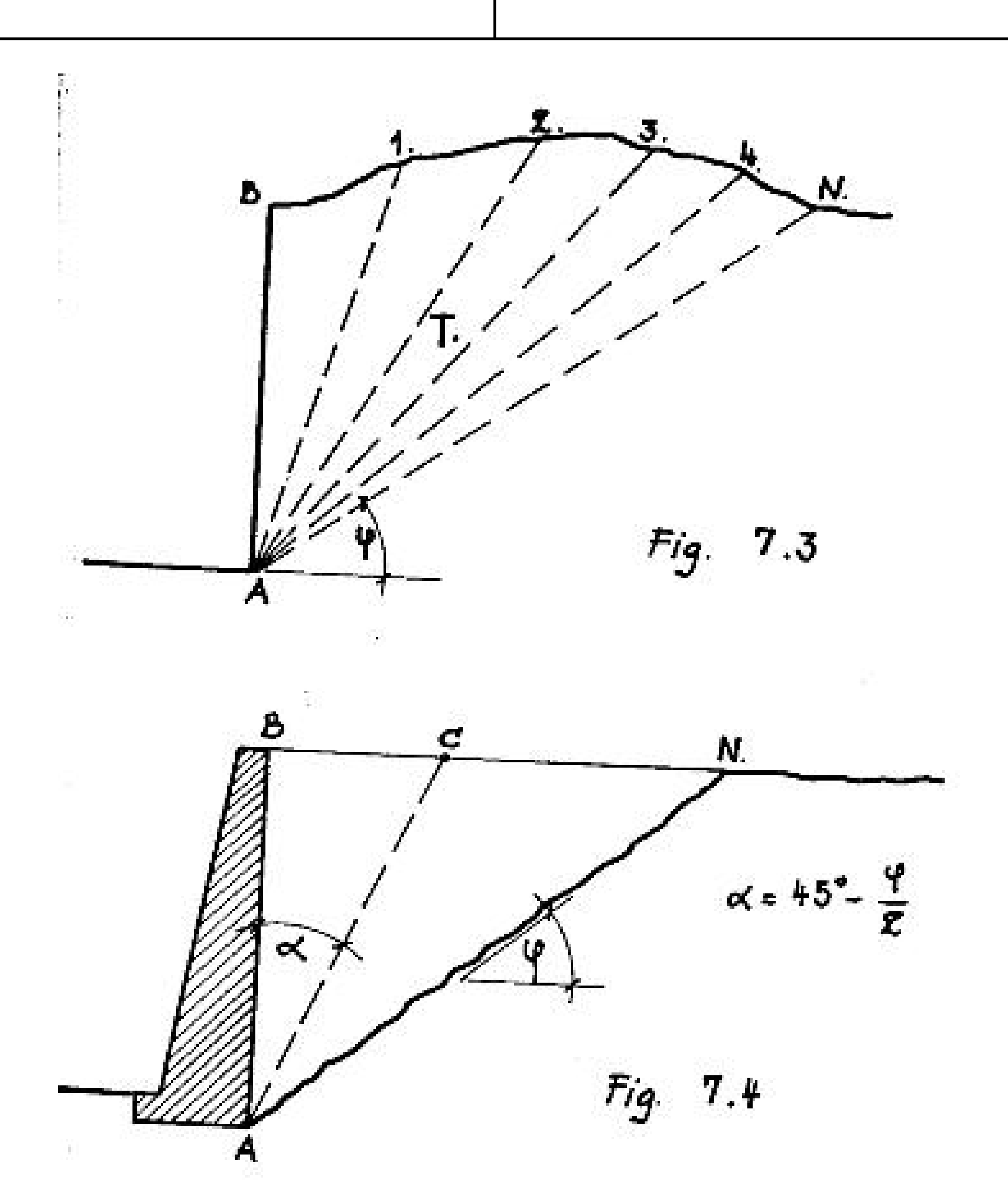
Les théories relatives à la poussée des terres sont très nombreuses. Les phénomènes qui interviennent sont d'une infinie complexité étant donné que les facteurs sont très nombreux.
Malgré de nombreuses recherches et expériences, ces facteurs sont mal connus: c'est dire combien la sécurité est importante.
En matière de poussée des terres, il faut prévoir largement sous peine de créer de graves problèmes et dégâts aux ouvrages.

Voir la figure 7.3

Nous ferons tous les calculs en prenant pour hypothèse que les surfaces cylindriques A.l, A.2, A.3, A.4 et A.N sont assimilées à des SURFACES PLANES et non bombées.
De ce fait, A.l, A.2, A.3, A.4 et A.N sont des DROITES.
Puisque le massif de terre n'est pas soutenu en A.B , on ignore, à priori, le plan d'éboulement possible.
Ce sera nécessairement un p compris entre A.B et A.N Nous considérons tous les plans possibles.
Chaque plan détermine un prisme qui pousse sur A.B et nous prendrons la plus grande valeur des poussées qui sollicitent A.B.
L'état d'équilibre peut être très différent suivant le degré de tassement du massif.
Le tableau ci-dessous groupe les valeurs de Δ (delta) = poids volumique des remblais, en daN/m^3, de C = cohésion, en K daN/m^2 et de φ en degrés.
La prise en compte de la cohésion diminue la poussée sur les murs de soutènement.
Cependant, par prudence, on la néglige généralement et il faut établir la poussée comme pour un terrain pulvérulent, c.à.d sans cohésion.

NATURE DES TERRES	Δ (daN/m³)	c (KdaN/m²)	φ (degrés)
Terre végétal			
sèche..................	1 400	0	35 - 40°
humide..................	1 600	0	40 - 45°
saturée d'eau..........	1 800	0	30 - 35°
pilonnée et humide.....	1 900-2 000	0	35°
Terre forte très compacte.	1 900	0,200	40 - 45°
Remblais anciens stabilisés	1 700-1 800	0	35°
Argile			
sèche..................	1 600	0,200	40 - 45°
humide..................	2 000	0,300	15 - 25°
plastique..............	1 800	2 à 6	12 - 15°
sèche, sableuse........	1 800	0,250	30 - 40°
molle..................	1 000	0	0 - 15°
graveleuse, humide.....	2 000	0,300	25 - 40°
sèche, compacte........	1 800	0,250	40 - 45°
à blocaux très compacts	2 300	1,000	35°
Sable			
sec ou noyé............	1 400-1 600	0	30 - 35°
humide..................	1 800	0	35 - 40°
à granulométrie complexe,			
compact et sec	1 900	0	35°
compact et humide......	2 150	0,100	35°
Gravier			
sec ou noyé............	1 800	0	35 - 40°
humide..................	1 900	0	25 - 35°
Eboulis			
anguleux................	1 800	0	40 - 45°
arrondis................	1 800	0	30°
Marne			
sèche..................	1 500	0,300	40 - 45°
humide..................	1 900	0,400à0,900	25 - 45°
très compacte..........	2 100	1 à 1,500	25 - 30°

Cailloux..................	1 500-1 700	0	40 - 50°
Craie.....................	1 700	0	35 - 40°
Mâchefer..................	950	0	40°
Vase			
sèche.....................	1 200-1 600	0,200	30 - 35°
humide....................	1 800	0,400	15 - 25°
saturée d'eau..........	2 100	0,100	5 - 20°
Briquaillons..............	1 200	0	45°


B
1.
2.
3.
4.
N.
T.
φ
A
Fig. 7.3
B
C
N.
α = 45° - φ/2
α
φ
A
Fig. 7.4

Pression des terres sur un écran vertical

Généralement, on ne laisse pas les terres selon leur talus naturel. On prévoit un ouvrage destiné à maintenir les terres selon un écran vertical.
Cet ouvrage porte le nom de "mur de soutènement" et peut être en maçonnerie ou en béton (armé ou non).

Voir la figure 07.4

Parmi tous les prismes de terre que nous pouvons considérer entre A.B et A.N,il existe un prisme qui exerce sur la paroi A.B la poussée la plus grande.

Nous supposons que:

- le terre-plein est horizontal
- le frottement entre la terre et l'écran est nul - la cohésion est nulle
- nous calculons une tranche de terrain de 1.00 m de longueur linéaire.

Nous calculerons plus loin le prisme de plus grande poussée suivant la méthode de Coulomb.
Nous pouvons déjà dire que, d'après Coulomb, le plan de glissement le plus défavorable qui donne le maximum de poussée sur l'écran A.B est un plan qui fait avec la verticale A.B un angle tel que

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \text{ ou encore } \alpha = 45° - \frac{\varphi}{2}$$

La pression des terres sera fonction de :

- d : poids spécifique de la terre en, kg/m^3
- h : hauteur du point A au niveau du terre-plein horizontal
-$tg^2 \alpha$ (appelé "coefficient de Coulomb"

$P_A = d \times h \times tq^2 \alpha$

Nous savons que α (est fonction de φ **).**
Nous pouvons donc dresser un tableau des valeurs de α en fonction de φ **.**

Nous appellerons "k" le coefficient de Coulomb qui vaut: $tq^2 \alpha$

Valeurs de φ	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
Valeurs de K	0.704	0.589	0.490	0.406	0.333	0.271	0.217	0.172

P_A = d x h x k 1

Nous pouvons vérifier l'équation:

P_A = d x h x k

PA = tonnes par m^2

d = tonnes par m^3

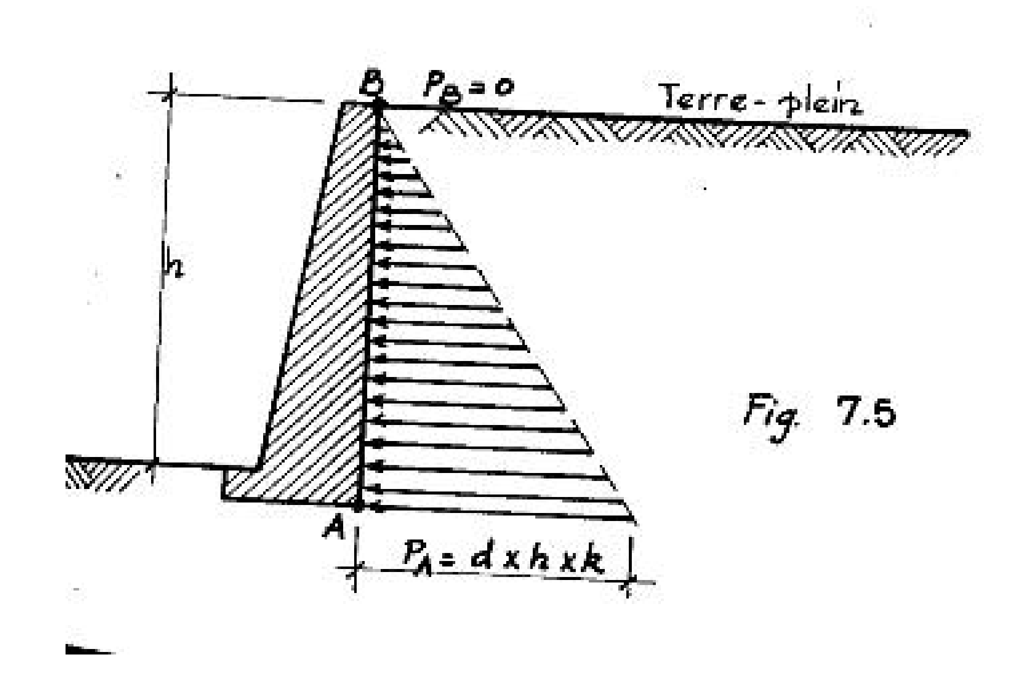
h= mètres

k= coefficient sans unité

$t/m^2 = t/m^3$ x m x k.

Nous pouvons tracer le graphique des poussées sur la paroi verticale A. B

Voir la figure 7 .5



Au sommet B la poussée est égale à zéro.

Elle augmente en fonction de la hauteur est sera maximale en A

Exercices:

1- Considérons une paroi verticale A.B d'une hauteur h. Elle est soumise seulement à une poussée des terres.
Elle est ensuite soumise seulement à une poussée hydraulique.
Quelle sera la pression la plus forte? Nous supposons que les poids spécifiques de la terre et de l'eau sont égaux.

Réponse : Les poids spécifiques de la terre et de l'eau sont les mêmes. Donc $d_l = d_2$
La pression hydrostatique en A, à une profondeur h, donnée, vaut:
P_A(eau) = d_l x h

La pression des terres en *A,* à la même profondeur h donnée, vaut:

P_A(terres) = d_2 h x k

Le tableau précédent nous montre que k est toujours inférieur à l'unité.

Donc P_A(eau) sera toujours plus grand que P_A(terres)

2 - Un réservoir d'eau en béton armé de 5,00 m de hauteur et de 5.00m de diamètre est rempli d'eau sur 4,00m de hauteur.
On projette de remplacer l'eau par de la terre qui a un poids spécifique de 1600 kg/m^3 et un angle de frottement φ =250
Peut-on le faire sans dommage pour le réservoir?
Réponse: La pression hydrostatique à 4,00 m de profondeur vaut:

P_A (eau) = d_l x h = 1000 kg/m^3 x 4,00 m = 4000 kg/m2
La pression des terres à 4,00 m de profondeur vaut:

P_A (terres) = d_2 x h x k = 1600 kg/m3 x 4,00 m x 0,406 = 2600 kg/m2
La pression des terres à 4,00 m de profondeur est donc plus faible que la pression hydrostatique à la même profondeur.

On peut donc remplacer l'eau par de la terre, sans dommage pour la stabilité des murs du réservoir.

3 - On construit la même paroi verticale A.B dans deux terrains différents.

Le premier terrain a les caractéristiques suivantes:

d_l = 1800 kg/m^3 et φ_1 = 15°
Le second terrain a les caractéristiques suivantes:
d_2 = 1600 kg/m^3 et φ_2 = 25°

Quelle sera la pression la plus forte sur la paroi si A.B = 5,00 m.
R: Dans le premier terrain:

$P_A(l) = d_l$ x h x k_l= =1800 kg/m^3 x 5,00 m x 0,589 = 5301 kg/m^2
Dans le second terrain:

$P_A(2) = d_2$ x h x k_2 = 1600 kg/m^3 x 5,00 m x 0,406 = 3248 kg/m2

La pression en A pour le premier terrain est donc beaucoup plus importante que pour le second terrain.

POINT D'APPLICATION DE LA POUSSEE

Voir la figure 7.5

Valeur de la poussée

La poussée des terres agissant sur l'écran A.B aura comme valeur totale la surface du triangle de pression des terres qui sollicitent A.B

$$P_{AB} = P_A \text{ x } \frac{h}{2}$$

$$P_{AB} = d \text{ x } h \text{ x } tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) x \frac{h}{2}$$

$$P_{AB} = d \text{ x } \frac{h^2}{2} xk$$

Nous pouvons vérifier l'équation proposée
P_{AB} = tonnes par mètre linéaire
d= tonnes par m^3
$h^2/2$ = m^2
k= coefficient

P_{AB} est donc une force par mètre linéaire qui représente la force de poussée des terres
Cette force peut-être transformée en un vecteur qui est la résultante des forces de poussée

Le triangle des pressions est un triangle rectangle.
La résultante passe par le CDG de ce triangle rectangle, soit au tiers de la hauteur d'un des côtes de l'angle droit

Voir la figure 7 .6

Exercices

1- Une paroi verticale A.B de 4,00m de hauteur est soumise à une pression de terre.

La terre a les caractéristiques suivantes

d = 1700 kg/m² et φ = 30°
Que vaudra la poussée des terres sur A.B ?

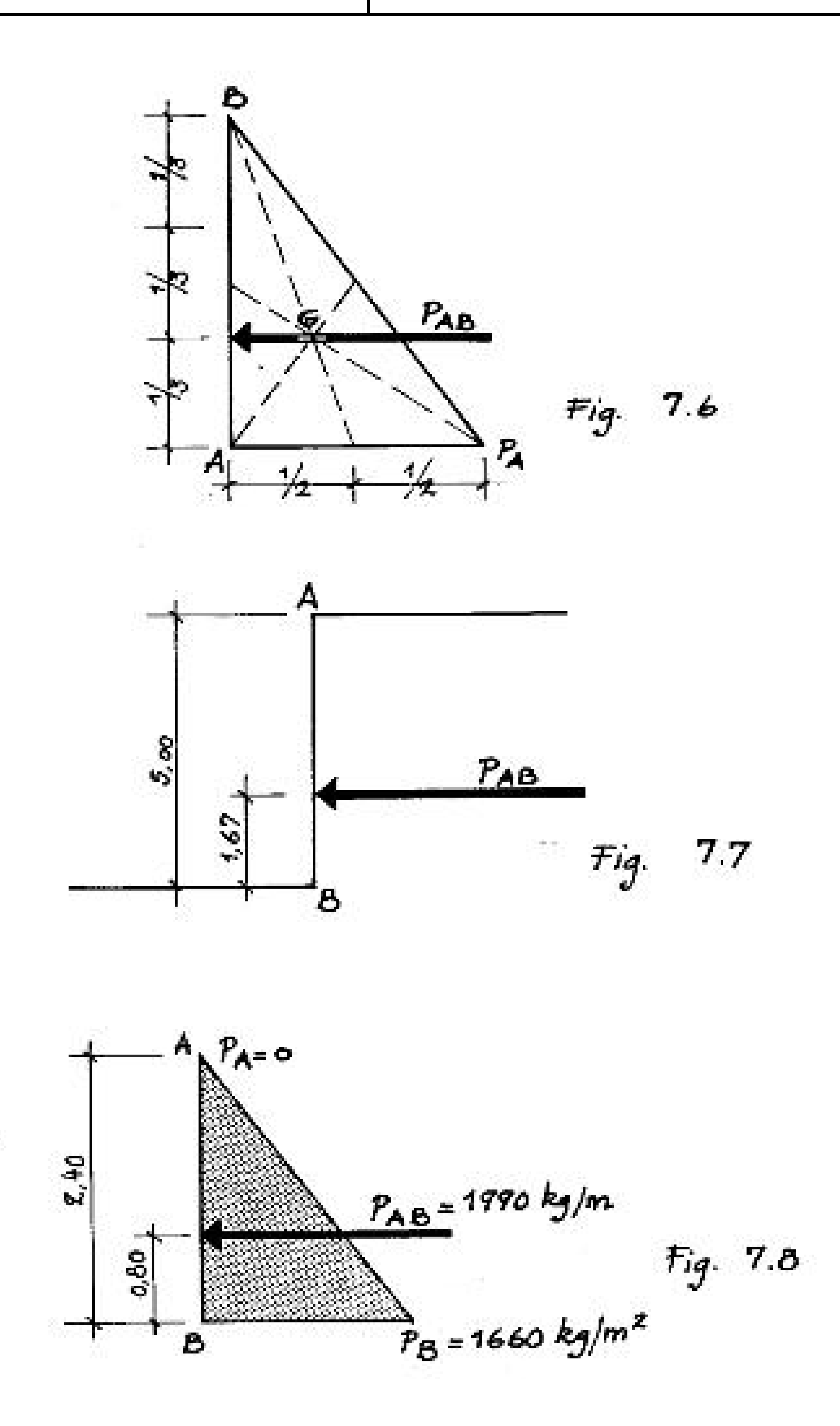


Fig. 7.6

Fig. 7.7

Fig. 7.8

R: La poussée des terres sur un écran vertical a pour équation:

$P_{AB} = d \cdot \frac{h^2}{2} \cdot k$

K= 0.333 pour $\varphi = 30°$

d'où $P_{A.B} = 1700 \times \frac{4.00^2}{2} \times 0,333 = 4530$ kg/m

Vérification :

L'équation des dimensions est:

$P_{AB} = d \cdot \frac{h^2}{2} \cdot k$

$T/m = T/m^3 \times m^2 \times k$

2 - Reprendre l'exercice l

Où sera situé le point d'application de la ligne d'action de la force P_{AB} sur la verticale A.B ?

R: P_{AB} représente la poussée totale de terre sur A.B.

- Or la force qui représente la poussée totale de terre P_{AB} passe par le centre de gravité du triangle rectangle de pressions de terre sur A.B.
-Le triangle rectangle des pressions de terre sur A.B, a un côté de l'angle droit qui est A.B et l'autre, perpendiculaire en B sur A.B vaut la pression de terre en B.
- Le centre de gravité de ce triangle se trouve au 1/3 de la hauteur; soit 1/3 x AB = 1/3 x 4 = 1,33m de B
- La poussée totale de terre P_{AB} ; passant à 1,33m de B passe donc bien par le centre de gravité du triangle rectangle des pressions de terre.

3 - Une paroi verticale de 5.00 m de haut est soumise à une poussée des terres de 8100 kg par mètre. Cette poussée agit horizontalement, de droite à gauche, à 1,67m de B.

Voir la figure 7 .7

Quelle sera le diagramme des pressions si d = 1600 kg/m et φ =25°

R: La poussée totale P_{AB} agit à 1,67m de B, soit au 1/3 de la hauteur totale:

1/3 x 5,00 = 1,67m

- Or, la poussée totale P_{AB} est la résultante des pressions de terre sur AB ; elle doit donc passer par le centre de gravité de la surface des pressions de terre.

- Le diagramme des pressions de terre sur AB est un triangle rectangle qui a un côté de l'angle droit qui est AB et l'autre qui est perpendiculaire à AB et qui vaut PB.

  - La résultante des forces élémentaires de ce triangle passe par le centre de gravité en 1/3 de la hauteur, c.à.d. à 1/3 x 5,00 = 1,67m de B.

- En conséquence, la force P_{AB} représente bien la résultante d'un triangle rectangle ayant pour côté de l'angle droit AB et pour l'autre côté de l'angle droit, une perpendiculaire à AB en B ayant pour valeur P_B.

$$P_{AB} = P_B \text{ x } \frac{h}{2}$$

donc

$$P_B = \frac{2xP_{AB}}{h} = \frac{2x8.10}{5} = 3.24 \text{ T/m}^2$$

4-Le garage d'une maison est situé dans les sous-sols. De part et d'autre de la rampe d'accès, on construit des murs en moellons pour retenir les terres en remblai.

Quelle sera la poussée totale des terres par mètre par mètre linéaire de mur en moellons ?

- Hauteur du mur: 2,40 m.
- Poids spécifique de la terre: 1,70 tonne/m^3
- Angle de frottement interne: $\varphi r = 25°$

R: Voir la figure 7 .8

<u>1ère Résolution :</u> on utilisant le diagramme des pressions

Pression en A.

$P_A = d \times h \times k$ avec $h = 0$

PA = 0

Pression en B.

$P_B = d \times h \times k$ avec $d = 1{,}70$ T/m
$h = 2{,}40$ m
$k = 0{,}406$ pour
$\varphi = 25°$

$P_B = 1{,}70 \times 2{,}40 \times 0{,}406 = 1{,}66$ T/m²

Poussée totale sur AB :

$$P_{AB} = P_B \times \frac{h}{2}$$

$$PAB = 1{,}66 \times \frac{2.40}{2} = 1{,}99 \text{ T/m}$$

La poussée totale P_{AB} agit au centre de gravité du triangle de pression A.B.P_B donc au 1/3 de la hauteur AB.

$$d = \frac{2.40}{3} = 0{,}80 \text{ m.}$$

<u>2ème Résolution :</u> en appliquant la formue de la poussée :

Poussée sur A. B :

$P_{AB} = d.\frac{h^2}{2}.k$ avec $d = 1{,}70$ T/m³

$h = 2{,}40$m
$k = 0{,}406$ pour $\varphi = 25°$

$P_{AB} = 1{,}70 \text{ x } \frac{2.40^2}{2} \text{ x } 0{,}406 = 1{,}99$ T/m

La poussée totale sur AB, agit au 1/3 de la hauteur AB.

soit $d = \frac{2.40}{3} = 0.80$ m

Formules à utiliser:

k= 1 pour l'eau

k= $tg^2 \alpha$ pour la terre (voir tableau des valeurs)

$P_B = d \text{ x } h \text{ x } k$ (pression en B, en T/m^2)

$P_B = \frac{2xP_{AB}}{h}$ (pression en B, en T/m^2)

PA = généralement zéro (sauf pressions composées)

PAB = d x $\frac{h^2}{2}$ x k (poussée totale sur AB, en T/m)

$P_{AB} = P_B \text{ x } \frac{h}{2}$ (poussée totale sur AB, en T/m)

Remblai avec surcharges :

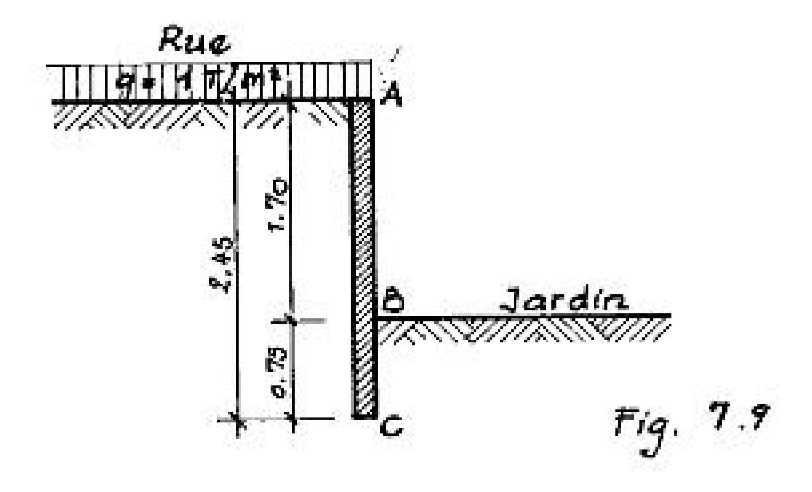
Il peut arriver que le remblai supporte une surcharge uniforme q par mètre carré.
Dans ce cas il existera, en plus de la poussée des terres étudiée précédemment, une poussée due à la surcharge valant:

$Q = q \times k$ $\qquad P_{AB} = q \times h \times k$

Le diagramme des pressions correspondant est alors un rectangle de hauteur h et de base égale à Q.
La résultante passe au milieu de la hauteur du mur.
La valeur de k est celle de la terre qui subit la surcharge.

Exercices

1- La rue qui longe votre jardin se trouve 1,70 m plus haut que celui-ci.
Voir la figure 7.9



Calculez les poussées de terre en sachant que: Surcharge sur le trottoir: q = 1000 kg/m²

Terre (rue) : poids spécifique d_{tr}= 1700 kg/m^3

angle de frottement interne φ = 25°

Terre (jardin) : poids spécifique d_{tj}. = 1600 kg/m^2

angle de frottement interne φ = 20°

R : Il faut passer nécessairement par les diagrammes des pressions de terre.

1°- Pression de terre sur AC (côté rue)

P_{tA} = (d x h x k) + (q x k)
= 0 + (1000 kg/m^3 x 0,406) = 0,406 T/m^3

P_{tC} = (d x h x k) + (q x k)
= (1700 kg/m x 2,45 m x 0,406) + (1000 kg/m x 0,406)
= 2096,99 kg/m^2 soit 2,10 T/m^2

Poussée de terre sur AC (côté rue) :

Décomposer le diagramme des pressions en deux figures géométriques simples.
- un rectangle:
P_{AC} (rectangle) = P_{tA} x h
= 0,406 *T/m^2* x 2,45 m = 0,9947 *T/m²*

soit l, 00 T 1 m ^{2}

La poussée agit au centre de gravité du rectangle

$$d = \frac{h}{2} = \frac{2.45}{2} = 1.225m$$

- un triangle:

$$P_{AC}\text{ (triangle)} = (P_{tC} - P_{tA})\ x\ \frac{h}{2} = (2{,}10\ T/m^2 - 0{,}406\ T/m^2)\ x\ \frac{2.45m}{2}$$

= 2,07515 T/m soit 2,08 T/m.

La poussée agit au centre de gravité du triangle:

$$d = \frac{h}{3} = \frac{2.45}{3} = 0{,}816\ m.$$

2°-Pression terre sur BC (côté jardin) :

P_{tB} = 0
B
P_{tC} = d x h x k

= 1600 kg/m x 0,75 m x 0,490

= 588 kg/m^2 soit 0,588 T/m^2

Poussée de terre sur BC (côté jardin)

$$P_{tBC} = P_{tC}\ x\ \frac{h}{2} = 0{,}588\ T/m^2\ x\ 2 = 0{,}22\ T/m$$

La poussée agit au centre de gravité du triangle:

d= $\frac{h}{3}$= $\frac{0.75}{3}$= 0.22T/m

On peut également utiliser la formule:

P_{tBC} = d x $\frac{h^2}{2}$x k

= 1,60 T/m^3 x $\frac{0.75^2}{2}x$0.490 =0.22T/m

Voir la figure. 7 .10

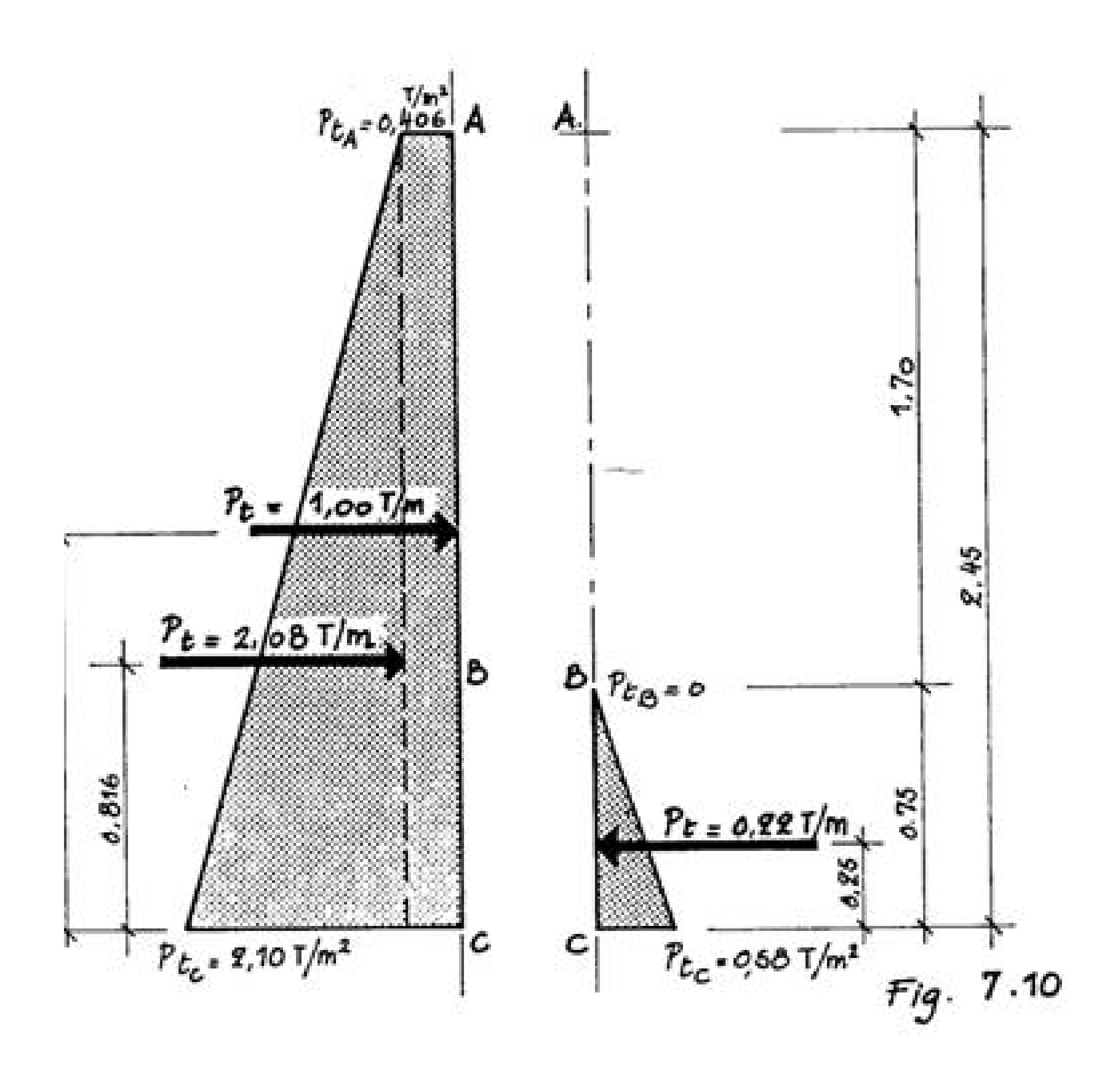
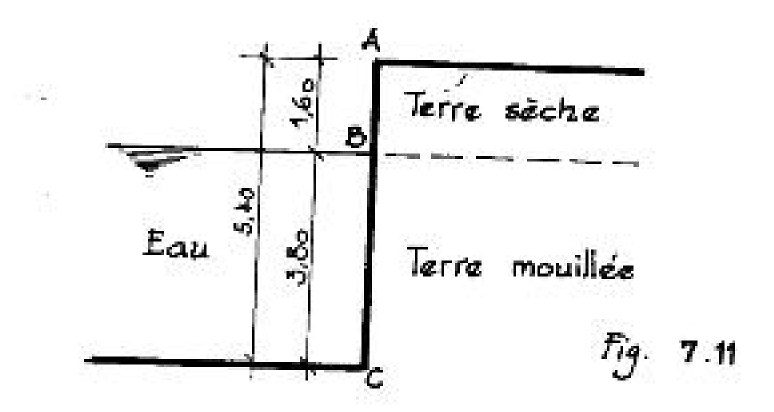


Fig. 7.10

2- Votre ingénieur étant trop occupé, il vous demande de l'aider en lui calculant les poussées de terre et d'eau sur un mur de quai, ayant les caractéristiques suivantes:

Hauteur totale A.C du mur	: 5,40 m
Hauteur BC de l'eau	: 3,80 m
Niveau de la nappe aquifère	: 1,60 m plus bas que A.
Terre sèche	: poids spécifique d_{ts} = 1,70 T/m^3
	angle de frottement interne $\varphi = 30°$
Terre mouillée	: poids spécifique d_{tm}= 1,60 T/m^3
	angle de frottement interne $\varphi = 20°$

Voir la figure 7.11



R : Il faut passer nécessairement par les diagrammes des pressions de terre et d'eau. Voir la figure 7 .12

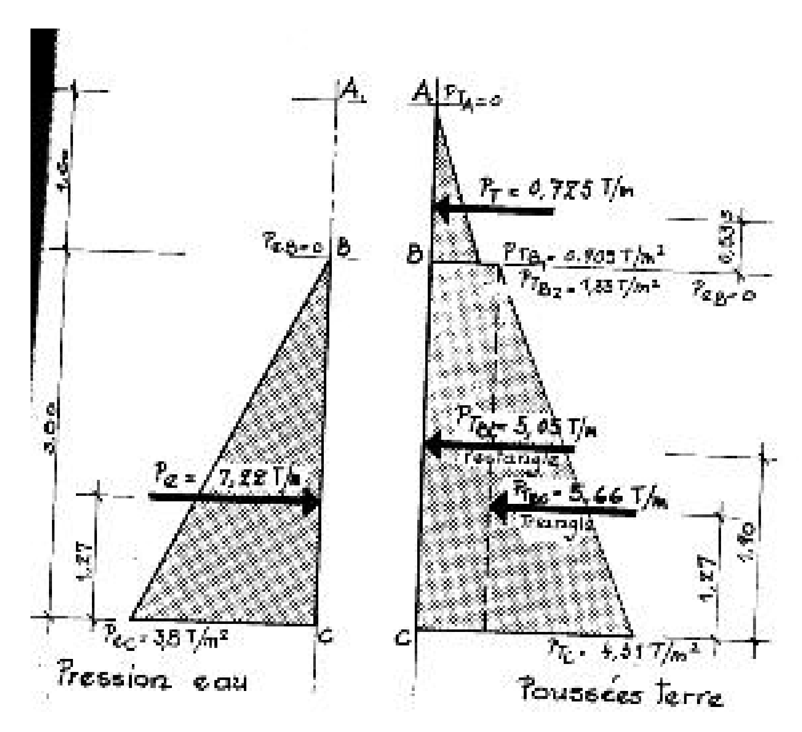


Fig. 7.12

1° Pression d'eau sur BC : due à l'eau

$P_{eB} = 0$
$P_{eC} = d_e \times h = 1000\ kg/m^3 \times 3.80\ m = 3.80\ T/m^2$

Poussée d'eau sur BC.

$$P_{e_{BC}} = P_{e_C} \times \frac{h}{2} = 3,80\ T/m^2 \times \frac{3,80\ m}{2} = 7,22\ T/m$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur :

$$d = \frac{3,80\ m}{3} = 1,27\ m$$

2° Pression de terre sur AB. (terre sèche)

$$P_{t_A} = 0$$

$$P_{t_B} = d \times h \times k = 1,70\ T/m^3 \times 1,60\ m \times 0,33 = 0,905\ T/m^2$$

Poussée de terre sur AB.

$$P_{t_{AB}} = P_{c_B} \times \frac{h}{2} = 0,905\ T/m^2 \times \frac{1,60\ m}{2} = 0,725\ T/m.$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur :

$$d = \frac{1,60 \text{ m}}{3} = 0,533 \text{ m}$$

3°- Pression de terre sur BC

Nous avons une pression composée de la pression de la terre mouillée, augmentée de la surcharge représentée par la terre sèche. (1700 kg/m³)

$$P_{t_B} = (d \times h \times k) + (q \times k)$$
$$= 0 + (1700 \text{ kg/m}^3 \times 1,60 \text{ m} \times 1,00 \text{ m} \times 0,490)$$
$$= 1332 \text{ kg/m}^2 \text{ soit } 1,33 \text{ T/m}^2$$

$$P_{t_C} = (d \times h \times k) + (q \times k)$$
$$= (1600 \text{ kg/m}^3 \times 3,80 \text{ m} \times 0,490) + 1332 \text{ kg/m}^2$$
$$= 4311 \text{ kg/m}^3 \text{ soit } 4,31 \text{ T/m}^2$$

Poussée des terres sur B.C :

Décomposer le diagramme des pressions en deux figures géométriques simples.

- un rectangle :

$$P_{t_{BC}} (\text{rectangle}) = P_{t_B} \times h$$
$$= 1,33 \text{ T/m}^2 \times 3,80 \text{ m} = 5,05 \text{ T/m}$$

La poussée agit au centre de gravité du rectangle :

$$d = \frac{h}{2} = \frac{3,80 \text{ m}}{2} = 1,90 \text{ m}$$

- un triangle :

$$P_{t_{BC}} (\text{triangle}) = (P_{t_C} - P_{t_B}) \times \frac{h}{2}$$
$$= (4,31 \text{ T/m}^2 - 1,33 \text{ T/m}^2) \times \frac{3,80 \text{ m}}{2}$$
$$= 5,66 \text{ T/m}$$

La poussée agit au centre de gravité du triangle :

$$d = \frac{h}{3} = \frac{3,80 \text{ m}}{3} = 1,27 \text{ m}$$

5- Soit un mur de soutènement dont les dimensions sont données à la figure 7.13

Poids spécifique de la terre : 1500 kg/m^3
Angle de frottement interne : φ = 40°
Poids spécifique du mur : 2500 kg/m^3
Coefficient de frottement sur le sol : f = 0,7
Coefficients de sécurité au glissement et au renversement = 1,5

On demande :

* de vérifier la stabilité au glissement et au renversement
* de calculer les contraintes à la base du mur
* de dessiner les diagrammes des contraintes

R : Poussée des terres :

Poussée sur A.B. = F

$$F_{AB} = d \times \frac{h^2}{2} \times k$$
$$= 1500 \text{ kg/m}^3 \times \frac{3,60^2}{2} \times 0,217$$
$$= 2109,24 \text{ kg/m soit } 2110 \text{ kg/m}$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur.

$$\frac{h}{3} = \frac{3,60 \text{ m}}{3} = 1,20 \text{ m}$$

Nous supposons la poussée des terres horizontale

Stabilité au glissement :

$$\frac{P \times f}{F} \geqslant k_1$$

P = poids du mur par mètre courant
f = coefficient de frottement = 0,7
F = poussée des terres = 2110 kg par mètre courant de mur
k_1 = coefficient de sécurité = 1,5

Nous étudions le mur sur un mètre-type de large.

Poids du mur par mètre-courant (P) :

1/2 (0,50 m + 1,50 m) x 3,60 m x 2500 kg/m^3 = 9000 kg

$$\frac{P \times f}{F} = \frac{9000\ kg \times 0{,}7}{2110\ kg} = 2{,}985 > 1{,}5$$

La stabilité au glissement est assurée.

Stabilité au renversement :

$$\frac{Ms}{Mr} \geqslant k$$

Ms = moment stabilisant par rapport au point C

Mr = moment de renversement par rapport au même point C.

Dans le moment stabilisant, le poids du mur s'applique à la verticale du CDG du mur, sur la base BC en contact avec le sol.

Voir la figure 7.14

Recherche analytique du CDG du mur par rapport à l'axe yy' passant par le point C.

Surface S1 = 50 cm x 360 cm = 18.000 cm^2

Surface S2 = 1/2 x 100 cm x 360 cm = 18.000 cm^2

Distance a = distance du CDG de chaque surface jusqu'à l'axe yy'.

pour S1 : a_1 = 100 + 25 = 125 cm

pour S2 : a_2 = 2/3 x 100 = 66,66 cm

Surfaces	Distances de l'axe	Moments S x a
S1 = 18000 cm^2	125 cm	2250 000 cm^3
S2 = 18000 cm^2	66,66 cm	1199 880 cm^3
Σ = 36000 cm^2		3449 880 cm^3

Le CDG du mur de soutènement se trouve à :

$$d_1 = \frac{3449880\ cm^3}{36\,000\ cm^2} = 95{,}83\ cm \text{ du point C}$$

Le poids P du mur s'applique donc à 95,83 cm du point C. (soit 0,9583 m)

Voir la figure 7.15

Ms = P x d_1 = 9000 kg x 0,9583 m = 8624,7 kg.m

Mr = F x h = 2110 kg x 1,20 m = 2532 kg.m

$$\frac{Ms}{Mr} = \frac{8625\ kg.m}{2532\ kg.m} = 3,4064 > 1,5$$

La stabilité au renversement est assurée.

Calcul des contraintes du sol :

Voir la figure 7.16

Toutes les contraintes sont calculées par rapport au CDG de la base du mur, afin de déterminer sont équilibre.
Nous avons deux moments en présence (par rapport à G) :

* le moment de renversement Mr dû à la poussée des terres
* le moment stabilisant Ms dû au poids du mur. Il s'agit d'un moment puisque P ne tombe pas au CDG de la base.

$Mr = F \times h = 2110\ kg \times 1,20\ m = 2532\ kg.m$

$Ms = P \times d_2 = 9000\ kg \times (0,9583 - 0,75) = 1875\ kg.m$

De ces deux moments, nous allons tirer le moment résultant M_R.

Par rapport au CDG et suivant la convention des signes, le Mr est positif et le Ms est négatif

$M_R = +Mr - Ms = +2532 - 1875 = +657\ kg.m$

Nous savons déjà que le point C de la base sera plus chargée que le point B, puisque le moment résultant M_R est positif.

La résultante R (valant +657 kq.m) s'appliquera sur la base C-5 à la distance d_3 du point G.

Voir la figure 7.17

$$d_3 = \frac{M_R}{P} = \frac{657\ kg.m}{9000\ kg.m} = 0,073\ m$$

soit à 7,3 cm à gauche de G.

Le Noyau Central a pour dimension longitudinale le tiers de la base BC, réparti de façon égale à gauche et à droite du point G.

$NC = \frac{1}{3} \times 150\ cm = 50\ cm$; soit 25 cm à gauche et à droite de G.

$\sigma'_A = \sigma'_{due\ à\ P} - \sigma'_{due\ au\ Ms} + \sigma'_{due\ au\ Mr}$

$= \frac{P}{\Omega} - \frac{Ms}{I/V} + \frac{Mr}{I/V}$

dans lesquels :

P = 9000 kg

Ω = section BC x 1,00 m = 150 cm x 100 cm = 15000 cm^2

Ms = moment stabilisant de P par rapport à G
= 9000 kg x 20,83 = 187470 kg.cm

Mr = moment de renversement de F par rapport à G
= 2110 kg x 120 cm = 253 200 kg.cm

I/V = module d'inertie de la base du mur par rapport à l'axe xx' passant par le CDG de la baxe, soit par G. L'axe est parallèle au bord de la base.

$= \frac{bh^2}{6}$ puisque la section est un rectangle de 120 x 100 cm dans laquelle b = 100 cm et h = 120 cm

$= \frac{150 \times 120^2}{6} = 360.000\ cm^3$

$\sigma'_A = \frac{90000\ kg}{15000\ cm^2} - \frac{187470\ kg.cm}{360000\ cm^3} + \frac{253200\ kg.cm}{360000\ cm^3}$

$= 0,6\ kg/cm^2 - 0,52075\ kg/cm^2 + 0,7033\ kg/m^2$

$= 0,7825\ kg/cm^2$

$\sigma'_B = \frac{P}{\Omega} + \frac{Ms}{I/V} - \frac{Mr}{I/V}$

$= 0,6\ kg/cm^2 + 0,52075\ kg/cm^2 - 0,7033\ kg/cm^2$

$= 0.4174\ kg/cm^2$

Nous avons compression partout.

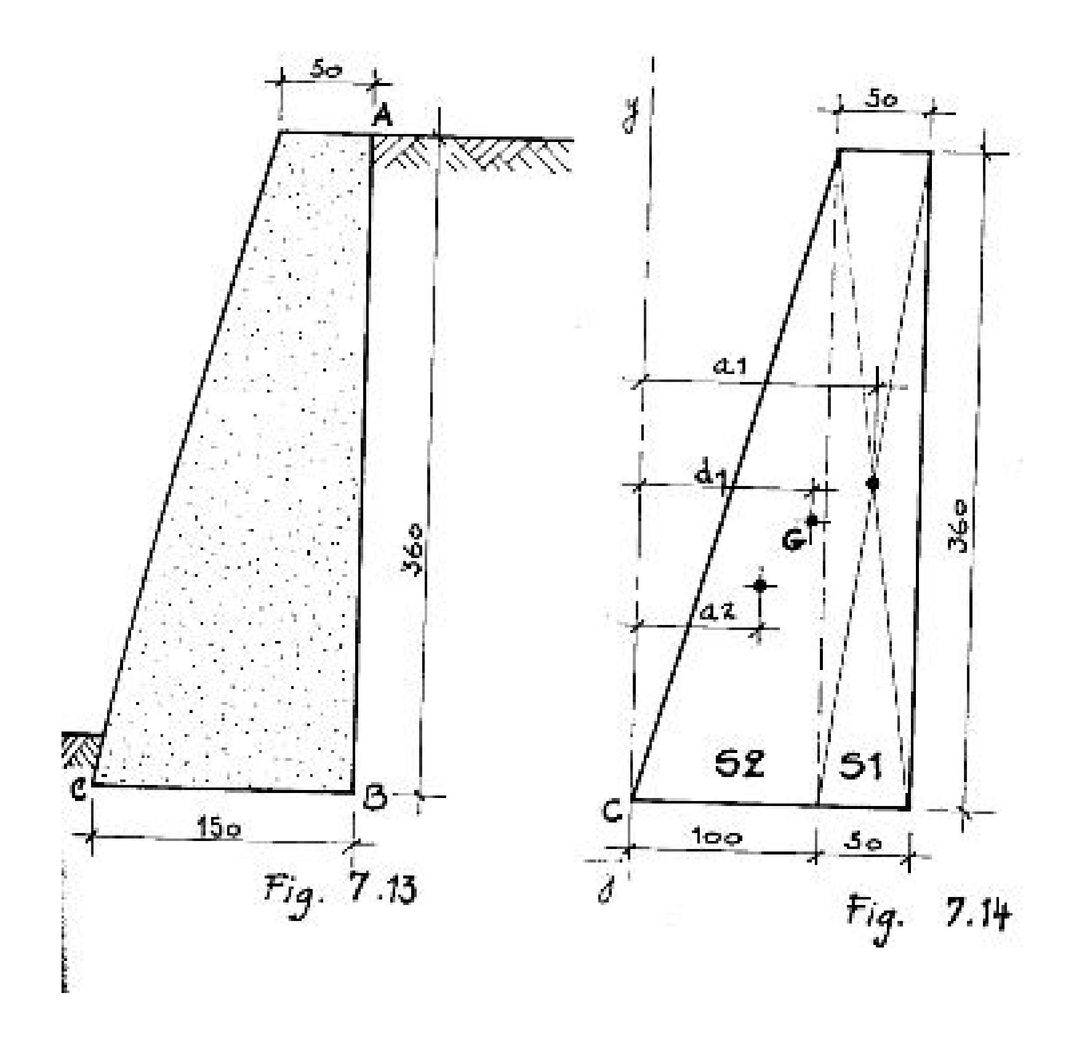
On peut également faire le calcul avec :

$\sigma'_A = \frac{P}{\Omega} + \frac{Mr}{I/V}$

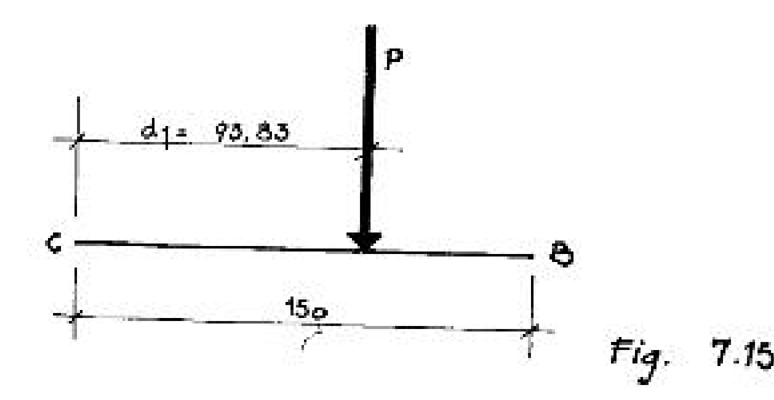
$\sigma'_B = \frac{P}{\Omega} + \frac{Mr}{I/V}$

Diagramme des contraintes :

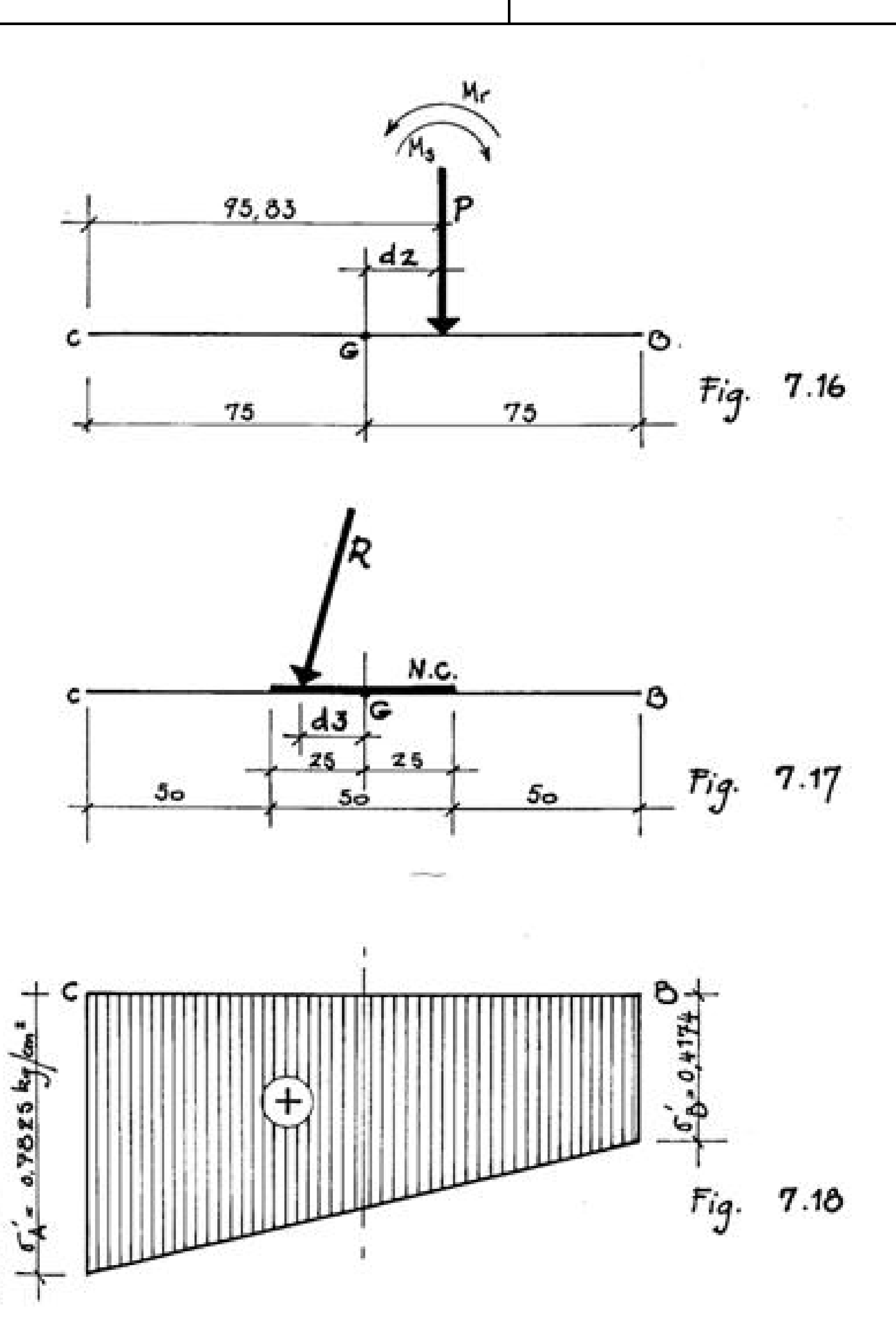
Voir la figure 7.18



50
A
360
C
B
150
Fig. 7.13
y
50
a1
d1
G
a2
360
S2
S1
C
100
50
Fig. 7.14



P
d1= 93,83
C
B
150
Fig. 7.15


Mr
Ms
P
95,83
d2
C
G
B
75
75
Fig. 7.16
R
N.C.
C
G
B
d3
25
25
50
50
50
Fig. 7.17
C
B
σ'A = 0,7825 kg/cm²
σ'B = 0,4174
+
Fig. 7.18

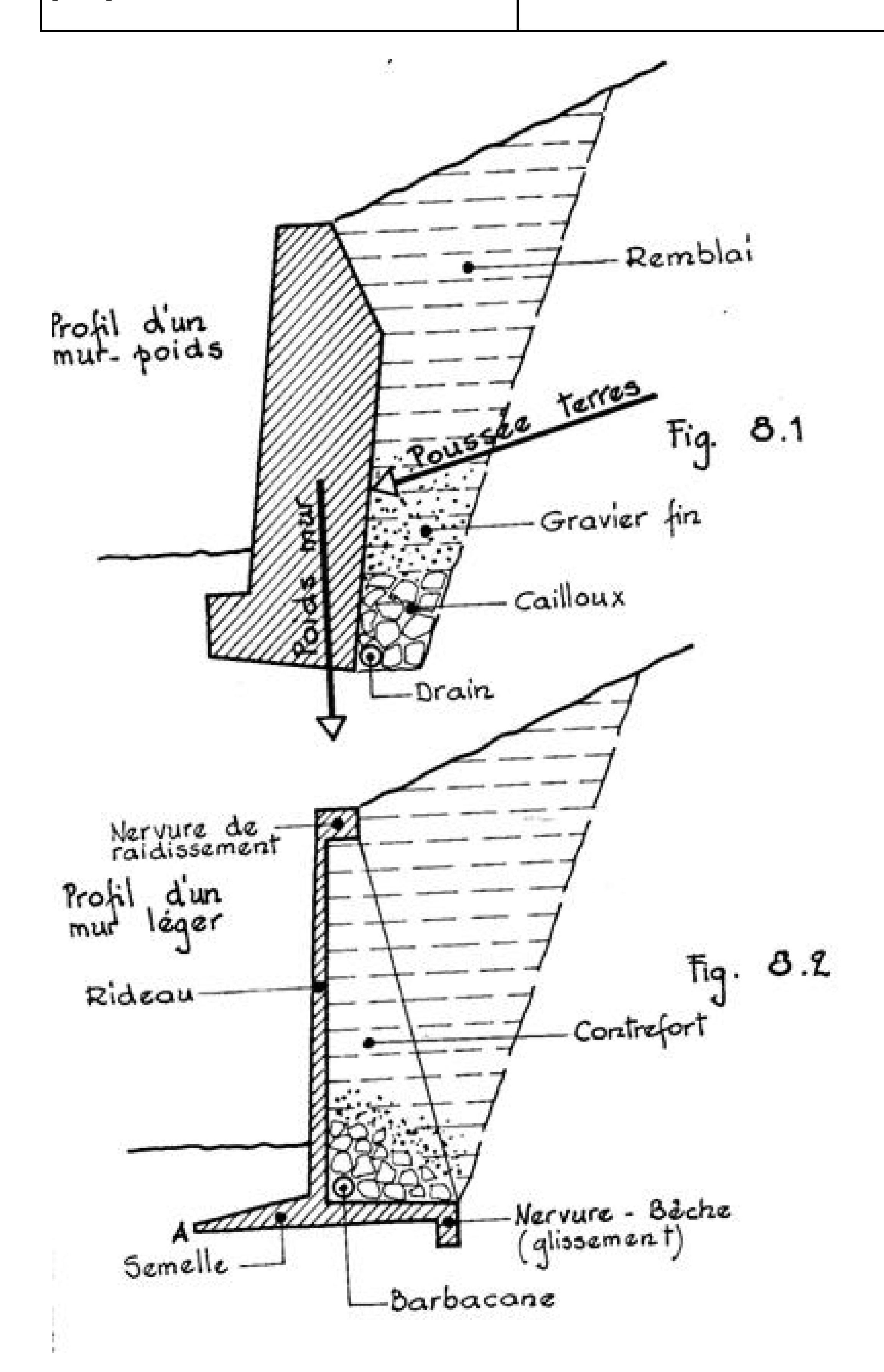
MURS DE SOUTENEMENT

Généralité

Les murs de soutènement sont réalisés dans le but de limiter l'emprise occasionnée par les talus, soit en remblai, soit en déblai.
Ils sont donc destinés à contenir la poussée des terres.
On en distingue deux types principaux
1-Les murs poids s'opposent par leur poids propre à la poussée latérale des terres. La maçonnerie qui les compose ne subissant aucune traction, ils peuvent être réalisés en moellons, en briques ou en béton banché.

Voir la figure .8.1

2-les murs légers offrent, par la forme judicieusement étudiée de leur profil, une possibilité d'économie de matériaux, tout en étant d'une excellente stabilité. Cette solution entraîne l'emploi du béton armé, les armatures étant disposées dans les zones tendues du profil.
Pour obtenir une solution économique, il faut procéder à une étude approfondie car, en effet, si le mur poids exige l'emploi d'une importante masse de matériaux, il offre cependant l'avantage d'une réalisation aisée. L'ensemble léger en béton armé entraîne parfois (pour les murs en déblai) une sensible augmentation du volume des terrassements et exige un coffrage soigné des deux faces en plus de la pose de l'armature appropriée. L'étude de l'économie doit donc être envisagée pour chaque cas particulier et seulement lorsque les deux profils des murs auront été calculés.
Avant d'entreprendre le calcul et la réalisation d'un mur de soutènement,il convient de connaître parfaitement les caractéristiques du sol sur lequel il sera établi, un sol peu résistant nécessitant un élargissement plus important de la fondation.



Remblai
Profil d'un mur-poids
Poussée terres
Fig. 8.1
Poids mur
Gravier fin
Cailloux
Drain
Nervure de raidissement
Profil d'un mur léger
Fig. 8.2
Rideau
Contrefort
Nervure - Bêche (glissement)
A
Semelle
Barbacane

Lorsqu'il existe une différence de niveaux entre deux points a et b d'un terrain, la ligne de raccordement ab (fig. 1) n'est généralement pas verticale ; cette ligne ab fait, avec l'horizontale, un angle appelé angle φ du talus naturel des terres.
Si l'on désire que la ligne ab soit verticale, ou voisine de la verticale, il est nécessaire de prévoir un ouvrage destiné à maintenir les terres (fig. 2).

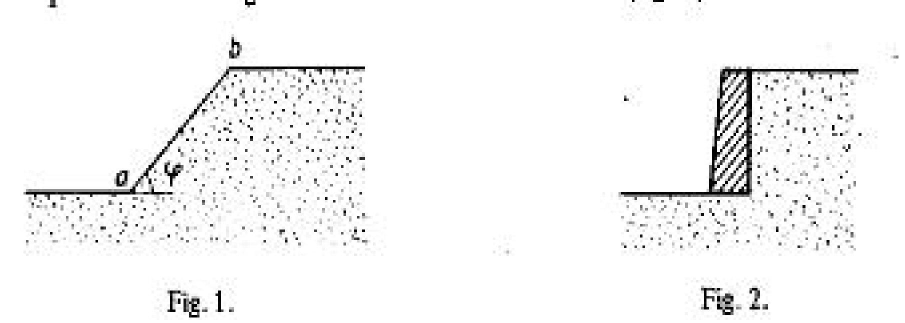


Fig. 1.   Fig. 2.

Cet ouvrage porte le nom de mur de soutènement, il peut être en maçonnerie en béton (armé ou non)

Mur du type poids - Vérification de l'équilibre

1 - Equilibre d'un prisme pesant sollicité par une force oblique Voir figure A.10

P : Poids de la pièce agissant suivant la verticale.

Q : Force oblique, dont la ligne d'action coupe en O celle de P.

$$R = P + Q$$

Sous l'action de R, le solide tend à tourner autour de l'arrête A et cette action se manifeste par le moment de R par rapport à A.

D'où :

$M^t_A \; R > 0$: renversement

$M^t_A \; R = 0$: équilibre instable

$M^t_A \; R < 0$: stabilité

Moment de stabilité et moment de renversement

On peut écrire : $M^t_A \; R = M^t_A P + M^t_A Q$

$M^t_A \; P = -(P \times \overline{Ai})$

$M^t_A \; Q = +(Q \times \overline{AH})$

Condition de stabilité :

$$-(P \times \overline{Ai}) + (Q \times \overline{AH}) < 0$$

Soit $P \times \overline{Ai} > Q \times AH$

$-P \times Ai = M^t_A \; P$ est appelé moment de stablité ($M^t s$)

$+Q \; AH = M^t_A \; Q$ est appelé moment de renversement ($M^t r$)

Coefficient de sécurtié ou de stabilité

On écrit : $Ms > Mr$ ou $\frac{Ms}{Mr} > 1$

On pose : $\frac{Ms}{Mr} = k$

Il faut : $1,5 \leq k < 2$

2 - Evaluation de la poussée des terres - Figure A.11

Soit une paroi plane AA' inclinée de α sur la verticale et sollicitée par la poussée d'une terre dont la ligne de

remblai fait un angle i avec l'horizontale.

Pour 1,00 mètre de longueur de paroi, la résultante de poussée est donnée par l'expression :

$$Q = \frac{1}{2} K . \Delta h^2$$

K : Coefficient fonction de Ø , α , i

Δ : densité de la terre (1,6 à 1,8 t/m³)

h : hauteur de la paroi

La résultante Q passe par C tel que $\frac{CA'}{AA'} = \frac{1}{3}$, soit à $\frac{h}{3}$;
elle fait un angle Ø avec la normale CN à la paroi.

Valeur usuelles de k

Ø		21°	30°	39°	45°
α = 0	i = 0	0,44	0,32	0,23	0,19
	i = 20°	0,76	0,44	0,30	0,23
α = 10°	i = 0	0,52	0,40	0,33	0,28
	i = 20°	0,96	0,58	0,43	0,36
α = 20°	i = 0	0,68	0,56	0,49	0,45
	i = 20°	1,30	[illegible]	0,68	0,61

Evidemment l'angle Ø à prendre en compte dans cette formule doit être évalué avec prudence ; c'est pourquoi Terzaghi et Peck conseillant de s'en tenir aux valeurs suivantes :

Ø = ~ 40° : pour un sol à gros éléments ne contenant ni limon, ni argile;

Ø = ~ 30° : pour un sol gros éléments contenant du limon ou de l'argile,

Ø = ~ 20° : dans les autres cas.

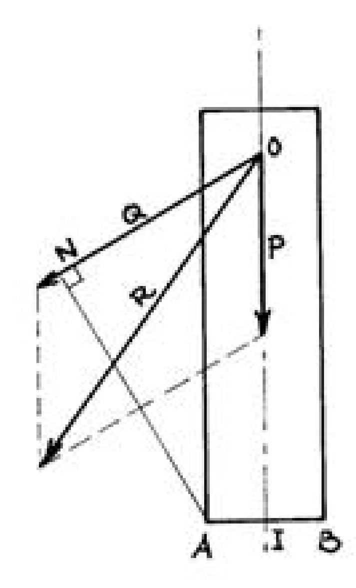


Fig. 8.10

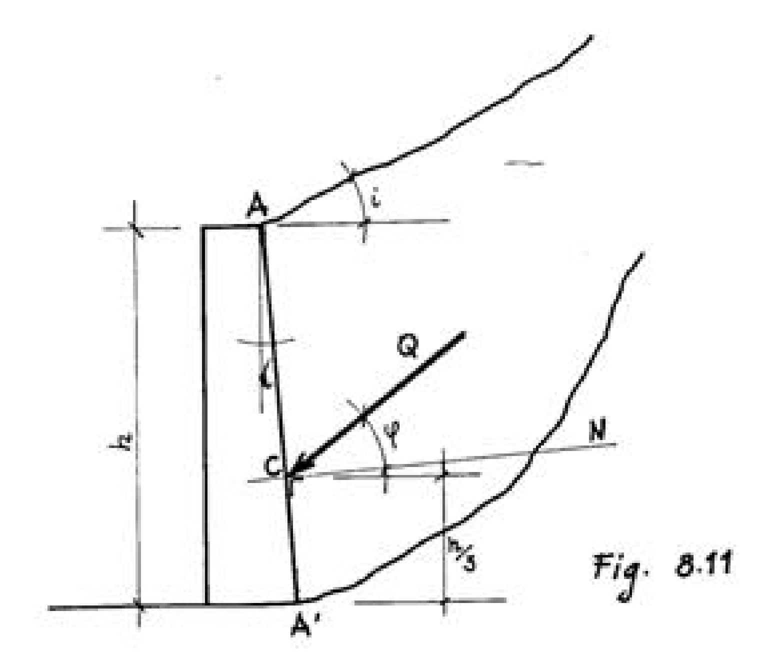


Fig. 8.11

Mur de type poids : Application

Soit à réaliser un mur de soutènement du type "poids" se trouvant dans le cas de la fig. 8.12
avec i = 20°

α = 0

h = 4,00 ml largeur 1,20

Nota : la paroi AA' est verticale d'où α = 0

Δ = 1,6 tf/m³

Ø = 30°

Calculer : 1) la valeur de la poussée Q par ml de mur.

2) le moment de renversement.

3) en déduire le moment de stabilité.

4) quelles solutions proposer pour résoudre le problème ?

5) déterminer de nouvelles valeurs pour B et b.

Solution :

1) - Valeur de Q

$Q = 1/2\ K\ \Delta\ h^2$

D'après le tableau pour α = 0 et i = 20°
Ø = 30°

K = 0,44

d'où $Q = 1/2\ 0,44 \times 1,6 \times 4,00^2 =$

5,650 tf par ml de mur

Voir la figure 8.14

Echelle 1/50 4,00 = 8 cm pour les longueurs

Echelle des forces 1 cm = 1^T Q = 5,65 cm

Valeur de P (poids du mur)

Densité du béton $1,8^T/m^3$

$4,00 \times 1,20 \times 1,8^T = 8,64^T/ml$

P = 8,64 cm

2) - Valeur du Moment de renversement

$M_C^t\ Q = 5,65^T \times CH$

CH = 1,7 cm = 1,7 x 50 = 85 cm = 0,85 ml

d'où $M_c^t\ Q = 5{,}65^T \times 0{,}85 = 4{,}80\ m^T$

3) - Valeur du moment de stabilité

$M_c^t\ P = 8{,}64^T \times CI$

$CI = 1{,}15\ cm = 1{,}15 \times 50 = 0{,}58\ ml$

$M_c^t\ P = 8{,}64 \times 0{,}58 = 5{,}00\ m^T$

On constate que le moment de stabilité (M_S) est supérieur au moment de renversement (M_R)

Cependant il nous faut :

$$\frac{M_S}{M_R} = K \quad 1{,}5 < K < 2$$

prenons $K = 1{,}5$

d'où $\frac{M_S}{M_R} = 1{,}5$

d'où $M_S = 1{,}5\ MR$

d'où $M_S = 4{,}80\ m^T \times 1{,}5 = 7{,}20\ m^T$

Nouvelle valeur de CI

$$\frac{7{,}20\ m^T}{P} = \frac{7{,}20}{8{,}4} \cong 0{,}90\ ml$$

4) - Solutions proposées possibles

a) Augmenter le poids du mur P.

b) Modifier les dimensions de l'ouvrage de la manière suivante :

- augmenter la dimension à la base (B)
- diminuer la dimension à la tête (b)

Nota : Ce changement de dimensions ne devra pas diminer la section, c'est à dire le poids P.

5) - Détermination des nouvelles valeurs de b et B.

Voir la figure 8.13

La section S ne change pas et par conséquent P reste le même.

$S + S_2 - S_1 = S$ car $S_1 = S_2$

Nouvelles dimensions du mur

b = 0,60 ml
B = 1,80 ml
P = 8,4^T/ml
h = 4,00 ml

6) - Vérification

Détermination graphique fig. 8.13 du C.D.G. (point O') lieu de passage de résultante P du mur ayant actuellement la forme d'un trapèze.

Valeur de CI (Bras de levier)

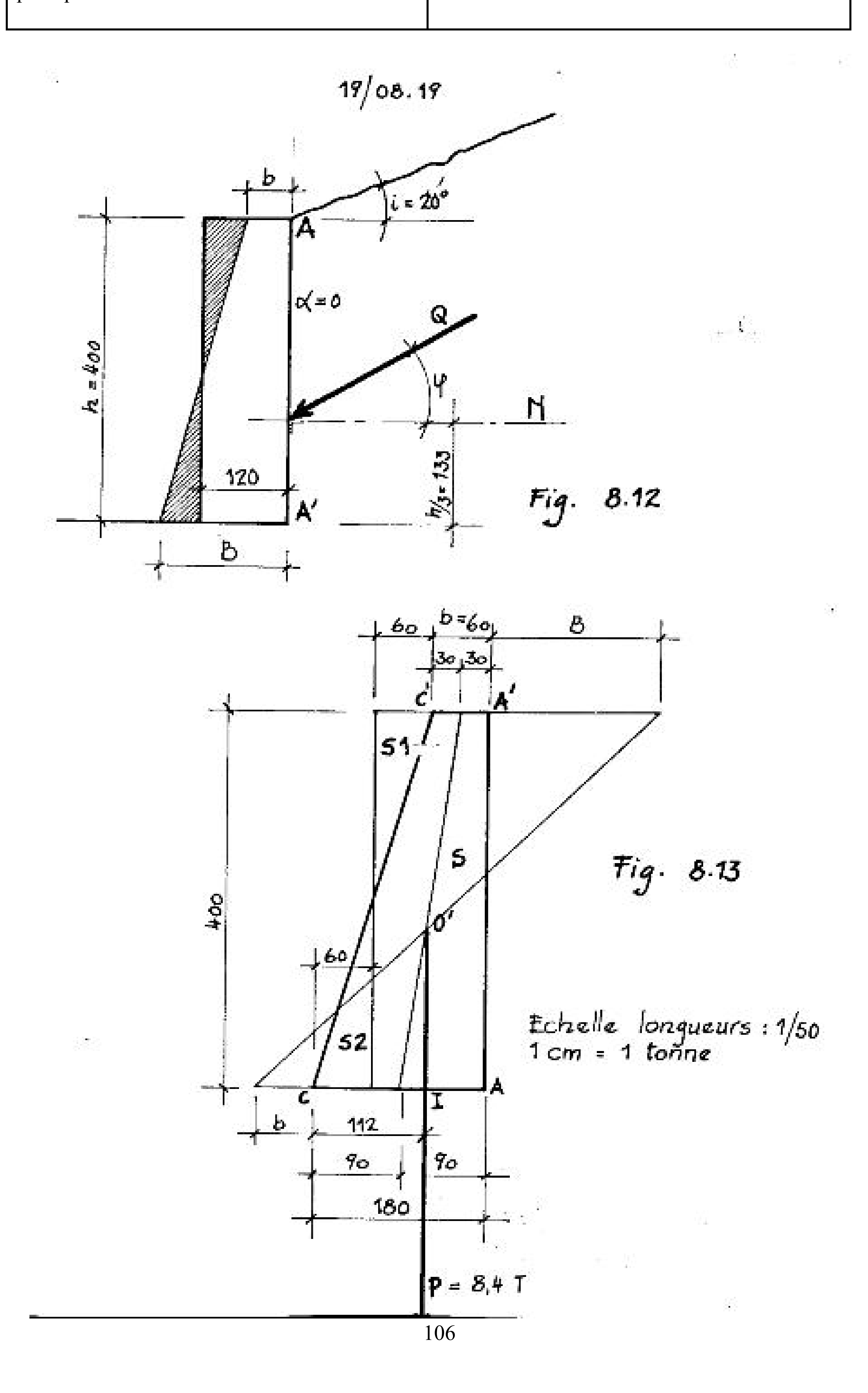
Sur le tracé CI = 2,25 cm x 50 = 1,12 ml

1,12 > 0,90 minimum

d'où nouveau moment de stabilité

$M_S = 8,4^T \times 1,12 = 9,40\ m^T$

$K = \frac{M_S}{M_R} = \frac{9,4}{4,8} \simeq 1,95$ compris entre 1,5 et 2


19/08.19
b
i = 20°
A
α = 0
Q
φ
h = 400
N
120
h/3 = 133
A'
B
Fig. 8.12
60
b = 60
B
30
30
C'
A'
S1
S
Fig. 8.13
400
O'
60
S2
Echelle longueurs : 1/50
1 cm = 1 tonne
C
I
A
b
112
90
90
180
P = 8,4 T

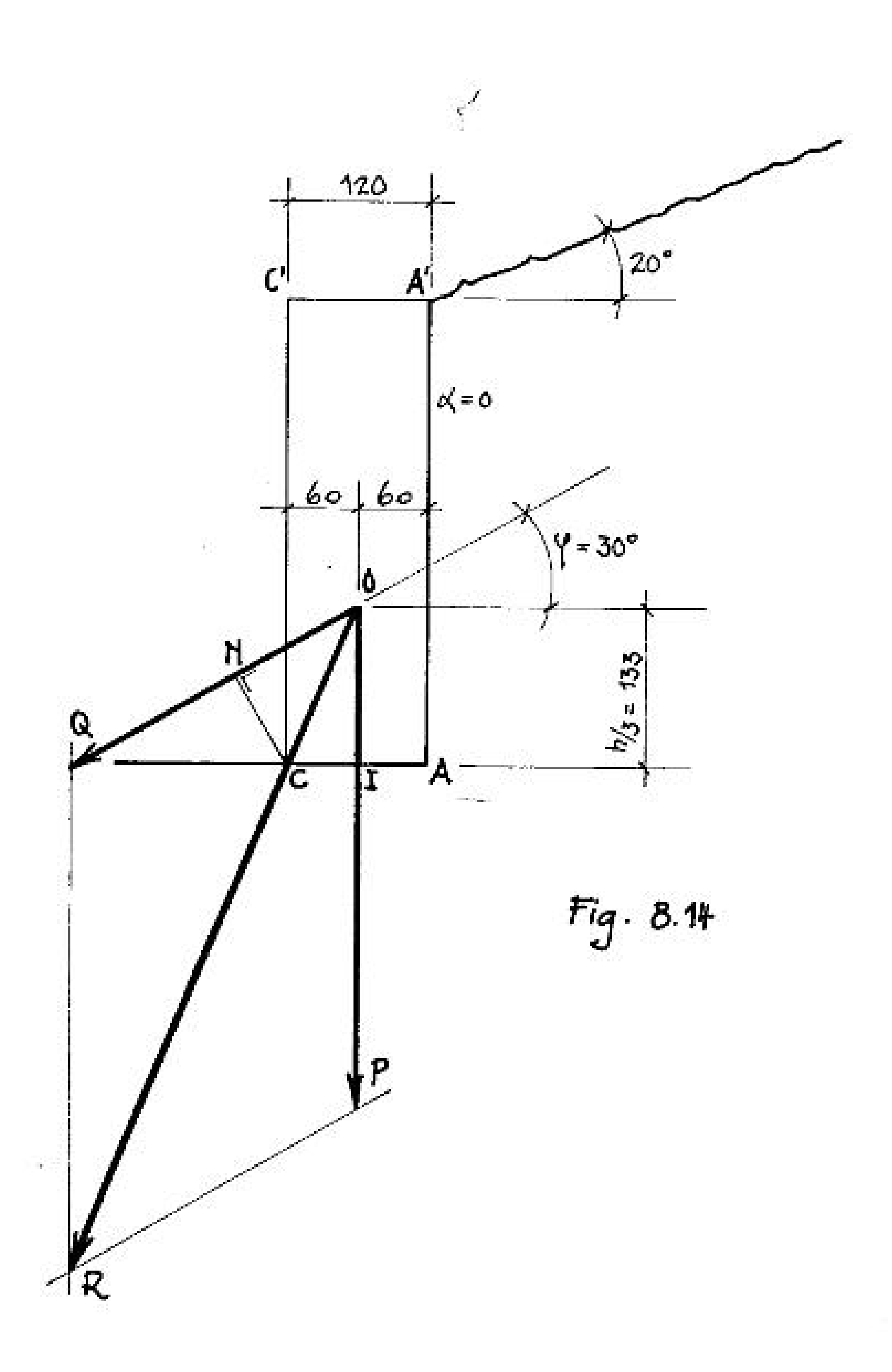


Fig. 8.14

I. CONSTITUTION DES MURS DE SOUTENEMENT DU TYPE « MUR LEGER » Béton armé.

1. Eléments constitutifs.

Un mur de soutènement en béton armé se compose habituellement des éléments suivants (fig. 3) :

- Un rideau Ri qui reçoit la poussée des terres et qui est terminé à la partie supérieure par une nervure de raidissement n. Ce rideau prend appui sur les contre -forts C et il est généralement muni de barbacanes Ba, à raison d'une barbacane tous les 2 ou 3 m^2 , afin d'éviter l'accumulation des eaux à l'arrière du mur, accumulation qui aurait pour effet de donner des poussées supplémentaires ;
- Une semelle S qui sert de fondation à l'ouvrage et qui peut déborder en avant du rideau, jusqu'au point A, de manière à assurer une meilleure répartition des pressions sur le sol. Du côté des terres, la semelle est généralement terminée par une nervure B, appelée bêche, qui , par l'ancrage qu'elle réalise dans le sol, s'oppose au glissement de l'ouvrage, glissement provoqué par la composante horizontale Q de la poussée des terres ;
- des contreforts C, régulièrement espacés, qui sont destinés à solidariser le rideau et la semelle et à maintenir ainsi les positions relatives de ces éléments.

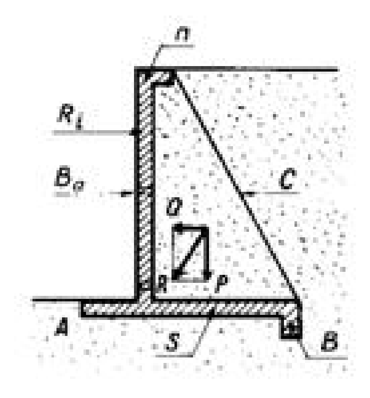


Fig 3

2. Forces agissantes.

Les forces à considérer sont :

- le poids propre du mur, le poids du terrain se trouvant sur la semelle, le poids de la surcharge éventuelle sur le remblai ; soit P la résultante de ces forces ;
- la poussée des terres Q.

Sous l'effet de la force Q, le mur tend à pivoter autour de son arête A et à glisser sur sa fondation. Pour que l'équilibre soit assuré, il est nécessaire que le moment, par rapport à A, des forces tendant à provoquer le renversement soit inférieur au moment, par rapport au même point, des forces stabilisatrices. Mais cette condition n'est pas suffisante ; il faut en effet que la contrainte maximale sur le sol de fondation soit inférieure à la contrainte admissible que peut supporter ce sol. Il y a intérêt à ce que la répartition des contraintes sur le sol soit aussi uniforme que possible, donc que la résultante R de P et de Q, passe aussi près que possible du milieu de la semelle ; on devra d'ailleurs éviter que le point de passage de cette résultante ne sorte du tiers central, de manière à avoir des efforts de compression sur toute la surface de fondation.

Enfin il faudra vérifier, en particulier lorsqu'il n'y a pas de bêche, que le mur ne tend pas à glisser, c'est-à-dire que le rapport :

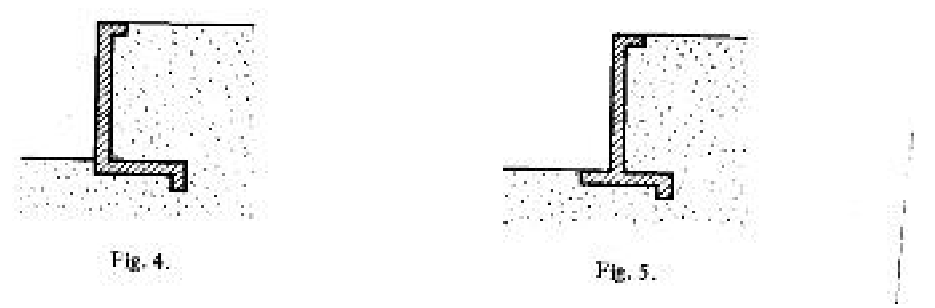
$$\frac{Forces.horizontales}{Forces.verticales}$$ est inférieur au coefficient de frottement béton sur terre f.

On peut donner comme ordre de grandeur de f :
- sur de l'argile humide : f = 0,3 ;
- sur de l'argile sec : f = 0,5 ;
- sur du sable : f = 0,4 ;
- sur du gravier : f = 0,6 ;

3. Divers types de murs de soutènement.

Les dispositions générales que nous avons examinées ci-dessus peuvent varier suivant la hauteur du mur. On adopte habituellement les dispositions suivantes :

a) **Murs de hauteur inférieure à 3 ou 4 m.** on peut réaliser soit un mur composé uniquement d'un rideau et d'une semelle intérieure, c'est -à -dire sans semelle extérieure ni contreforts (fig. 4), soit un mur comprenant un rideau, une semelle extérieure et une semelle intérieure (fig. 5).


Fig. 4. Fig. 5.

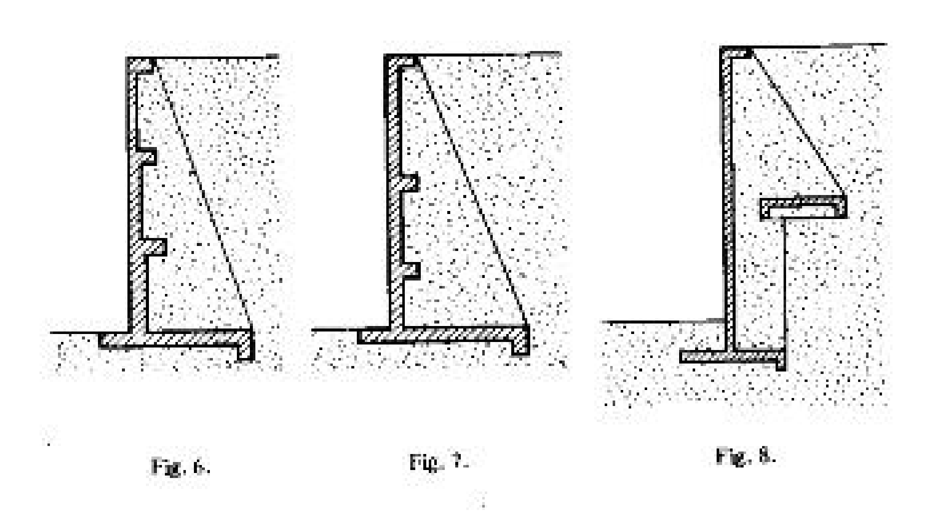
Ce dernier mode de construction présente, par rapport au précédent, les avantages suivants :

- les terrassements à exécuter (déblais et remblais) sont moins importants puisque la largeur de la semelle intérieure est plus faible ;
- les efforts sur le terrain sont moins grands et ils sont mieux répartis.

b) **Murs de hauteur supérieure à 3 ou 4 m.** on utilise les dispositions représentées sur la figure 3, c'est-à-dire le mur avec contreforts. Si la distance entre les contreforts est de l'ordre de 2 à 3 m, le rideau sera constitué par une dalle d'épaisseur croissante depuis le sommet jusqu'à la base ; l'épaisseur minimale de la dalle ne sera pas inférieure à 8 ou 10 cm et les dimensions de la nervure de raidissement, en dehors du voile, seront de l'ordre de 15 x 15 cm.

On peut avoir intérêt, surtout si les contreforts sont espacés, à prévoir des poutres intermédiaires horizontales (fig. 6 et 7) et à faire porter le rideau sur ces poutres. Si les poutres sont régulièrement espacées (fig. 6), le rideau aura une épaisseur et des armatures différentes dans chacun des éléments compris entre deux poutres successives ; si l'on désire

que l'épaisseur du rideau et les armatures restent les mêmes du sommet à la base, on réduira l'écartement des poutres à mesure que l'on se rapprochera de la partie inférieure du mur (fig. 7).


Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8.

c) **Murs à semelles intermédiaires.** Pour des murs de grande hauteur, on prévoit parfois une semelle intermédiaire (fig. 8). Cette disposition permet de réduire au minimum les terrassements, mais par contre complique la construction.

II. CALCUL DE LA POUSSEE DES TERRES.

L'étude de la poussée des terres est traitée dans les ouvrages de mécanique des sols. On démontre que la composante horizontale Q de cette poussée est donnée, pour une tranche verticale de 1 m de largeur, par :

$$Q = A\Delta \frac{h^2}{2}$$

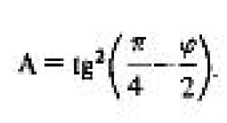
Formule dans laquelle :

A = coefficient numérique fonction de l'angle φ du talus naturel des terres, de l'inclinaison du mur et de l'inclinaison du remblai au-dessus du plan horizontal passant par le sommet du mur ;

Δ = poids spécifique des terres ;
h = hauteur du mur (fig. 9).

Pour les besoins de la pratique, des tables donnant les valeurs de A ont été établies ; parmi les plus utilisées, nous citerons celles de Réal et celles de Caquot-kérisel.

Dans le cas d'un mur à parement vertical soutenant un remblai limité à la partie supérieure par un plan horizontal et ne supportant pas de surcharges (fig. 9), on pourra utiliser pour A les valeurs du tableau ci-dessous, valeurs obtenues par application de la formule :



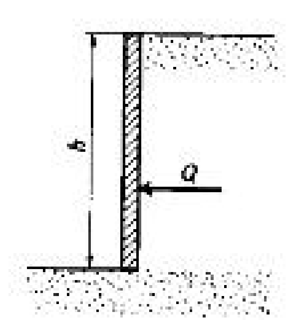


Fig. 9.

φ(degrés)	A	φ (degrés)	A	φ (degrés)	A
10	0,704	25	0,406	40	0,217
15	0,588	30	0,333	45	0,171
20	0,490	35	0,270	50	0,132

En ce qui concerne le poids spécifique des terres et l'angle φ du talus naturel, on admet généralement, lorsqu'on ne possède pas de données expérimentales précises, les valeurs suivantes qui ne sont données qu'à titre indicatif.

Nature des terrains	Poids spécifique (kg)	φ Angle talus naturel (degrés)
Terre végétale ordinaire	1 450	45
Terre argileuse	1 800	45
Terre forte	1 900	55
Sable fin	1 420	30
Terre sableuse	1 700	35
Argile et boue	1 850	20
Cailloux et graviers	1 550	45

Ces valeurs peuvent d'ailleurs varier en fonction de l'état d'humidité du sol.

Considérons, figure 10, le triangle de hauteur h et de base A Δh ; la surface de ce triangle vaut $\frac{h}{2}A\Delta h$; elle est donc égale à Q et l'abscisse

p = A Δz d'un point D quelconque de BC représente la pression régnant au point d'ordonnée z.

La poussée Q passera par le centre de gravité du triangle considéré et se trouvera donc à $\frac{h}{3}$ de la base.

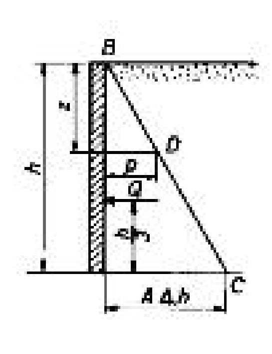


Fig. 10.

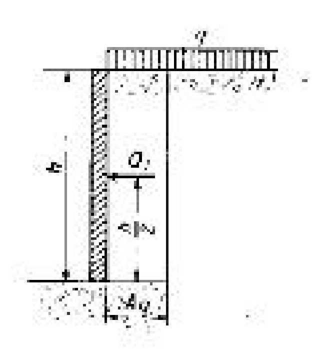


Fig. 11.

Si le remblai supporte une surcharge uniforme q par mètre carré (fig. 11), il existera, en plus de la poussée des terres examinée précédemment, une poussée Q_1 due à la surcharge et donnée par :

$$Q_1 = A\ q\ h$$

Le diagramme des pressions correspondant à q est alors un rectangle de hauteur h et de base Aq et la résultante Q_1 passe au milieu de la hauteur du mur. La pression en tout point de la hauteur du mur a pour valeur :

$$P = A\ q$$

CALCUL DES MURS DE SOUTENEMENT.

Nous ferons le calcul pour une tranche comprise entre deux plans verticaux perpendiculaires au mur et distants de 1 m.

1. Calcul de stabilité du mur.

On commence par déterminer les forces agissantes, c'est-à-dire la poussée des terres et celles due à la surcharge sur le remblai, les charges verticales
(poids du mur, du remblai et des surcharges) et les réactions du sol.

Calcul des poussées : la poussée des terres et celle due à la surcharge se calculent à l'aide des formules (1) et (2).

Soit Q la résultante de ces poussées et r la distance de cette résultante à la partie inférieure de la semelle (fig. 12 c).

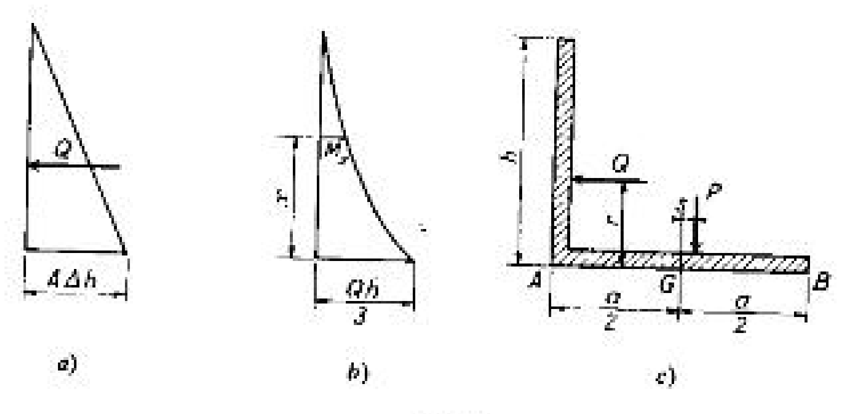


Fig. 12

Calcul des charges verticales : on détermine pour 1 m de longueur du mur :

- le poids du rideau ;
- le poids de la semelle ;
- le poids du remblai supporté par la semelle ;
- le poids des surcharges sur le remblai.

Soit P la résultante des charges verticales et s la distance de P au milieu G de la semelle.
Calcul des réactions du sol : le moment par rapport au centre de gravité G de la semelle est égal, en valeur absolue, à M = Qr – Ps (si P était à gauche de G, on aurait M = Qr + Ps).
Les contraintes en A et B sont données par la formule générale :

$$\sigma' = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{I}$$

Prenons pour unités le Newton et le millimètre, nous aurons :

$$\Omega = 1\,000 \text{ a} \; ; \; \frac{v}{I} = \frac{\frac{a}{2}}{1000\frac{a^3}{12}} \; ;\text{d'où } \sigma' = \frac{N}{1000a} \pm \frac{6M}{1000a^2}$$

Dans cette formule σ' est exprimée en MPa, N en Newtons, M en Newtons millimètres et a en millimètres.

On vérifiera alors successivement :

- que le mur ne peut pas se renverser autour de l'arête A.

Prenons les moments par rapport à A :

Moment de renversement : Mr = Qr :

Moment stabilisateur : $M_s = P\left(\frac{a}{2}+s\right)$ ou $P\left(\frac{a}{2}-s\right)$ si P est à gauche de G

On devra avoir :

$$\frac{M_s}{M_r} > 2$$

- que la contrainte maximale sur le sol de fondation est admissible,

c'est-à-dire que l'on a $\sigma'_A = \frac{N}{1000a} + \frac{6M}{1000a^2} <$ contrainte permise par la résistance du sol ;

- que le mur ne peut pas glisser sur sa fondation, c'est-à-dire que l'on à

$\frac{Q}{P} <$ f (f étant le coefficient de frottement béton sur terre).

2. Calcul du rideau.

Le rideau sera considéré comme une console encastrée sur la semelle et soumise à une charge triangulaire (fig. 12 a).

Le moment en un point quelconque sera donné par :

$$M_x = \frac{Q(h-x)^3}{3h^2}$$

Le diagramme des moments est représenté sur la figure 12 b ; le moment maximal a pour valeur :

$$M_m = \frac{Qh}{3}$$

Connaissant le moment dans une section quelconque, les armatures seront déterminées par les méthodes indiquées dans la flexion simple.

3. calcul de la semelle.

La semelle est soumise, pour une tranche de 1 m :

- à son poids propre, aux poids du rideau, du remblai, des surcharges éventuelles sur le remblai ; soit P la résultante de ces forces (fig. 13) ;

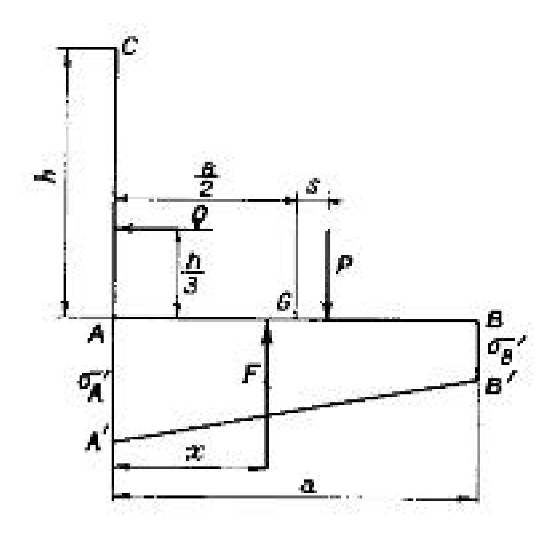


Fig. 13.

- aux réactions du sol, soit F leur résultante appliquée à x de A.

si nous exprimons les contraintes en MPa, les forces en Newtons, les moments en Newtons millimètres et les distances en millimètres, nous avons :

$$F = \frac{\sigma'_A + \sigma'_B}{2} \times 1000a$$

F passe par le centre de gravité du trapèze ABA'B', donc à une distance x du point A donnée par :

$$x = \frac{\sigma'_A + 2\sigma'_B}{\sigma'_A + \sigma'_B} \times \frac{a}{3}$$

Le moment en A a pour valeur :

$$M_{AB} = \frac{\sigma'_A + \sigma'_B}{2} \times 1000a \text{ x } \frac{\sigma'_A + 2\sigma'_B}{\sigma'_A + \sigma'_B} \times \frac{a}{3} - P\left(\frac{a}{2} + s\right)$$

$$= 1000\frac{a^2}{6}\left(\sigma'_A + 2\sigma'_B\right) - P\left(\frac{a}{2} + s\right)$$

Avec les unités considérées, nous avons:

$$\sigma'_A = \frac{P}{1000a} + \frac{6M}{1000a^2} \; ; \; \sigma'_B = \frac{P}{1000a} - \frac{6M}{1000a^2}$$

d'où: $M_{AB} = -M - Ps$.

Remplaçons M par sa valeur $M = Q\frac{h}{3} - Ps$, nous obtenons : $M_{AB} = -Q\frac{h}{3}$

Nous avons vu, au paragraphe précédent, que $M_{AC} = Q\frac{h}{3}$. Donc

$$M_{AB} + M_{AC} = 0.$$

Ce résultat était d'ailleurs évident a priori puisque le noeud A doit être en équilibre. Pratiquement, on calculera le moment dans la section 1-1 (fig. 14) et on prendra le même moment dans la section 2-2.

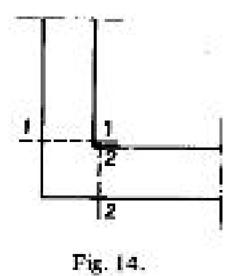
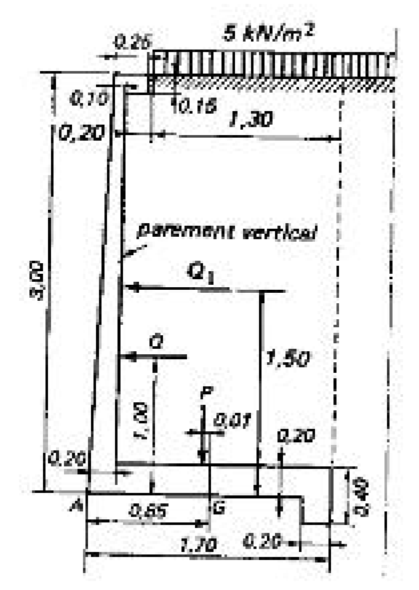


Fig. 14.

4. Application numérique

Soit à étudier, avec les données indiquées ci-dessous, le mur de soutènement représenté sur la figure 16.
Poids spécifique des terres : Δ = 16 000 N/ m^3 ;
Angle du talus naturel φ = 35° ;
Résistance admissible du sol de fondation : 0,20 MPa ;
Coefficient de frottement : f = 0,35 ;
Surcharge éventuelle sur le remblai : 5 kN/m² ;
Les matériaux constituant le mur ont les caractéristiques suivantes :



Béton : f_{c28} = 25 MPa
$\bar{\sigma}_b$ = 14,2 MPa
f_{t28} = 2,10 MPa
Armatures : Aciers Fe E 400, γ_s = 1,15.
La fissuration est préjudiciable.

Fig. 16.

a) Etats-limites ultimes.

Pour une tranche de 1 m nous avons :

Poussée des terres : Q= 0,270 x 16 000 x 3²/2 = 19 440 N, force appliquée à 3/3 = 1m au dessus de A.

Poussée due à la surcharge : Q_1 = 0,270 x 5 000 x 3 = 4 050 N force appliquée à 3/2 = 1,50 m au-dessus de A.

Charges verticales : nous négligerons le poids de la nervure de raidissement et celui de la bêche.

Poids de rideau : $\frac{0.10+0.20}{2}$ x 2,80 x 25 000 =10 500 N

Poids de la semelle : 1,70 x 0,20 x 25 000 = 8 500 N

Poids des terres sur la semelle : 2,80 x 1,50 x 16 000 = 67 200 N

P= 86 200 N

Surcharge sur le remblai : 1,30 x 5 000 = P_1 = 6 500 N

$P+P_1$ = 92 700 N

Moments des différentes forces par rapport à A :

M^Q_A = 19 440 x 1 = 19 440 Nm

M^{Q1}_A = 4 050 x 1,50 = 6 075 Nm

$$M^P_A = 10500\times 0.12 + \frac{8500\times 1.70}{2} + 67200\left(\frac{1.50}{2}+0.20\right) = 72325 N.m$$

(0,12 représente la distance du centre de gravité du trapèze, constitué par le rideau, au point A).

$$M^{P1}_A = 6500\left(\frac{1.30}{2}+0.40\right) = 6825 N.m$$

Il est à noter que la poussée des terres est une action permanente et doit donc être affectée du coefficient 1,35, tandis que la surcharge sur le remblai est une action variable à laquelle doit être appliquée le coefficient 1,50. Toutefois ces coefficients ne sont pas à prendre en considération lorsqu'ils agissent dans un sens favorable pour l'effet étudié (voir ci-après le calcul de $\frac{M_s}{M_r}$ et le calcul de $\frac{Q}{P}$

Lorsqu'il n'existe pas de surcharge sur le remblai, nous avons :

$$\frac{M_s}{M_r} = \frac{72325}{1.35\times 19440} = 2.75$$

$$\frac{Q}{P} = \frac{1.35\times 19440}{86200} = 0.30$$

La résultante P passe à $\frac{72325}{86200}$= 0,84 m du point A, soit à 0,01m du milieu G de la semelle. D'où :

M_G = 1,35 x 19 440 x 1 + 1,35 x 86 200 x 0,01 = 27 408 Nm.

(Si le point de passage de la résultante P s'était trouvé à droite de G, cette résultante aurait présenté un effet favorable pour le calcul de M, et par conséquent de σ'_A .

Dans ce cas il n'y aurait pas eu lieu de considérer le coefficient 1,35).
Comme N = 1,35 x 86 200 = 116 370 N, M_G = 27 408 Nm et
a = 1,70 m;
$\sigma'_A = 0{,}125$ MPa $\sigma'_B = 0{,}011$ MPa.
Lorsque la surcharge existe sur le remblai, nous avons :

$$\frac{M_s}{M_r} = \frac{72325 + 6825}{1.35 \times 19440 + 1.50 \times 6075} = 2.23$$

$$\frac{Forces horizontales}{Forces verticales} = \frac{1.35 \times 19440 + 1.50 \times 4050}{92700} = 0.35$$

La résultante des forces verticales passe à $\frac{72325 + 6825}{92700} = 0.85m$ du point A, c'est-à-dire par le centre de gravité de la semelle. D'où :
M_G = 1,35 x 19 440 +1,50 x 6 075 = 35 356 Nm
Puisque pour la résultante des forces verticales le bras de levier est nul.
Comme N = 1,35 x 86 200 + 1,50 x 6 500 = 126 120 N, M_G= 35 356 Nm
et a = 1,70 m ;

σ'_A = 0, 148 MPa σ'_B = 0,001 MPa.

Pour la détermination des armatures du rideau, nous étudierons la section d'encastrement du rideau sur la semelle, c'est-à-dire la section située à 2,80 m au-dessous du sommet du mur. Nous avons :

Q = 0,270 x 16 000 x $2{,}80^2/2$ = 16 934 N
Q_1 = 0,270 x 5 000 x 2, 80 = 3 780 N

$$M = 1{,}35 \times 16\,934 \times \frac{2.80}{3} + 1{,}50 \times 3\,780 \times \frac{2.80}{2} = 29\,275 \text{ Nm}$$

$$\mu = \frac{29275}{14.2 \times 100 \times 17.5^2} = 0.067 < \mu_l$$

α_u =0.087
Z = 0.169 m

$$A = \frac{29275.10^{-6}}{0.169 \times 348} = 4.98cm^2$$

Effort tranchant maximal :
V_u = 1,35 x 16 934 + 1,50 + 3 780 = 28 531

$$\tau_u = \frac{28531}{1000 \times 175} = 0{,}16 \text{ MPa} < 0{,}05\, f_{c28} = 1{,}25\text{MPa}$$

Il n'est donc pas nécessaire de prévoir d'armatures transversales.
Pour les armatures de la semelle, étant donné que dans la section située au droit du rideau le moment d'encastrement a également pour valeur

M = 29 275 Nm (voir paragraphe 3, ci-dessus), et que l'épaisseur de la semelle est la même que celle du rideau, les armatures longitudinales seront les mêmes que celles déterminées ci-dessus.

b) Etas- limites de service.

Il nous suffit de vérifier l'une des deux sections d'encastrement puisque ces deux sections sont identiques.

$$M = 16\,934 \times \frac{2.80}{3} + 3\,780 \times \frac{2.80}{2} = 21\,097 \text{ Nm}$$

la fissuration étant préjudiciable, la valeur maximale de σs est de 240 MPa

$$\mu = \frac{21097}{100 \times 17.5^2 \times 240} = 0.00287 \qquad \beta = 0.912 \qquad k = 0.024$$

$$A = \frac{21097}{0.912 \times 17.5 \times 240} = 5.50 cm^2$$

Cette valeur étant supérieure à celle trouvée au paragraphe a), c'est elle que nous retiendrons.

σ_b= 0,024 x 240 = 5,76 MPa< 0,6f_{c28} = 0,6 x 25 = 15 MPa.

c) Ferraillage du mur.

Compte tenu des résultats précédents nous aurons:

-pour le rideau, 1 Ø 10 tous les 14 cm = 5,61 cm^2 ; une armature sur deux sera arrêtée à mi-hauteur du mur. Les armatures de répartition seront constituées par 3 Ø 8 par mètre sur la moitié inférieure du rideau et 3 Ø 6 sur la moitié supérieure.

- pour la semelle, 1 Ø 10 tous les 14 =cm = 5,61 cm^2 ; les armatures de répartition seront constituées par 3 Ø 8 par mètre.

- la bêche qui, dans le cas envisagé, n'a pas à être étudiée sera armée de 2 Ø 10 à la partie supérieure et de 2 Ø 10 à la partie inférieure. Les cadres en Ø 6, seront espacés de 25 cm.

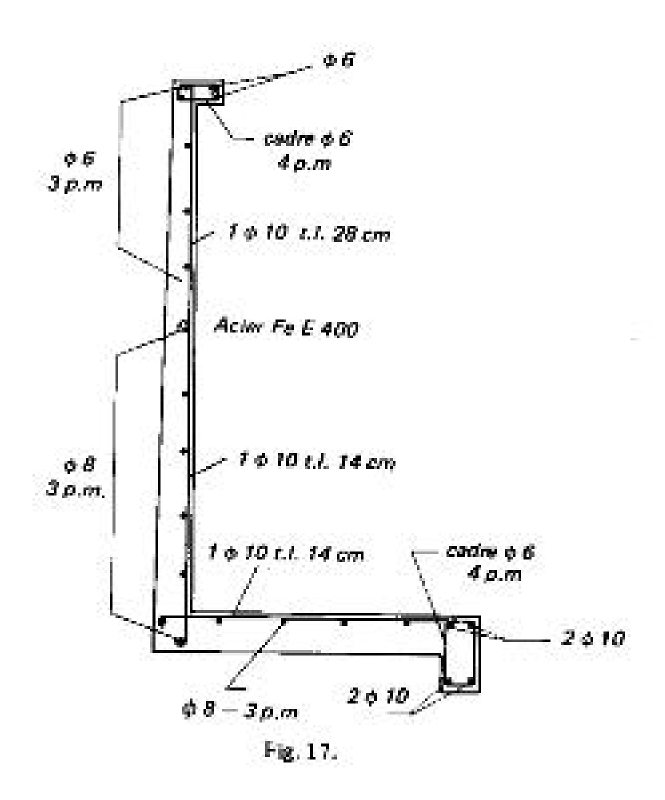
- la nervure de raidissement, qui ne se calcule pas, sera armée de 4Ø 6 et de cadres en Ø 6, espacés de 25 cm.

Ancrage des barres : la longueur de la partie ancrée, mesurée hors crochets, pour les aciers Fe E 400 est de 16 Ø , soit dans le cas envisagé, avec Ø = 10 mm = 1 cm, une longueur d'ancrage de 16 cm.

Nous disposons de :

20 cm -3 cm (enrobage) = 17 cm.

Par conséquent, il suffira de prévoir, aux extrémités des barres, un crochet normal. Le plant de ferraillage du mur, répondant aux conditions ci-dessus, est représenté sur la figure 17.



φ 6
cadre φ 6
4 p.m
φ 6
3 p.m
1 φ 10 t.l. 28 cm
Acier Fe E 400
φ 8
3 p.m.
1 φ 10 t.l. 14 cm
1 φ 10 t.l. 14 cm
cadre φ 6
4 p.m
2 φ 10
2 φ 10
φ 8 – 3 p.m

Fig. 17.

METHODE DE PONCELET

Voir la figure 8.34
Cette méthode est essentiellement GRAPHIQUE et permet de déterminer la poussée des terres sur les murs de soutènement.
Il est important de faire un tracé de précision.
La poussée totale contre le parement amont du mur est égale à la surface du triangle ABC, multipliée par la longueur d'application, généralement 1,00 mètre et par la densité de la terre.
Cette poussée se manifeste au centre de gravité de la surface représentative des poussées.
Le tracé doit être réalisé à l'échelle, car les surfaces mesurées sur le dessin permettent de définir la valeur de la poussée.

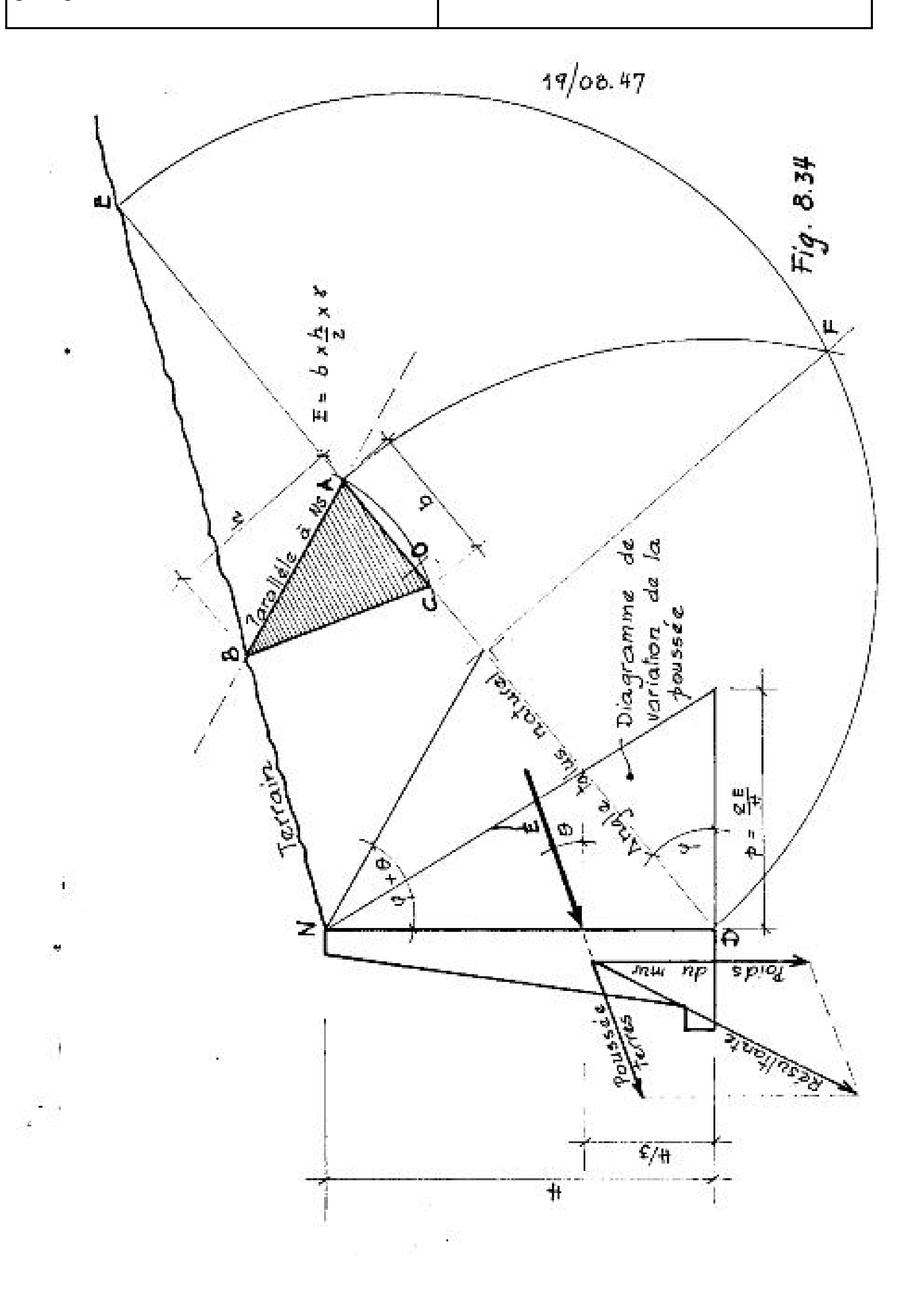
1 - par le point D, tracer le talus naturel des terres φ ce qui détermine le point E à la rencontre du terrain naturel.
2 - en prenant pour centre le point 0, situé au milieu de la droite DE, tracer un arc de cercle de rayon OD, passant donc par E.

3 - à partir de la droite DN (parement intérieur du mur), prenant pour sommet N, porter l' angle $\varphi + \theta$ prolonger cette trace jusqu'à sa rencontre avec DE, au point S.
4 - du point S, une perpendiculaire à DE donne le point F, sur l'arc DFE.
5 - en prenant pour centre le point D, tracer un arc de cercle de rayon DF; son intersection avec la droite DE détermine le point A.
6 - partir de A., tracer une parallèle à NS; elle coupe la droite NE au point B.
7 - tracer par le point B un arc de cercle ayant pour centre le point A; il coupe la droite AD au point C.
8 - la surface du triangle ABC, à l'échelle du plan, multiplié par la densité, nous donne la valeur de la poussée des terres.

Le poids de la terre E = b x $\frac{h}{2}\gamma$
Ce poids donne la valeur de la poussée des terres qui agit au tiers de la hauteur de la surface représentative DN. L'angle de E avec l'horizontale est égal à l'angle de frottement des terres contre la paroi du mur.

On peut facilement tracer graphiquement la résultante des forces. Le diagramme représentant la variation de la poussée contre le mur est facilement tracé puisque la poussée maximum est au point D et vaut p = $\frac{2E}{H}$

La poussée est égale à zéro au point N et est maxima au point D.


19/08.47
Fig. 8.34
Terrain
Parallèle à NS
Diagramme de variation de la poussée
Angle du talus naturel
Poids du mur
Poussée terres
Résultante
H/3
H
N
D
A
B
C
O
E
F

M12 : connaissance de la mécanique des sols

Guide des travaux pratiques

Applications stabilité au renversement

Pour rappel

2400 (kg/m^3) = béton non armé
2500 = béton armé
2300 = maçonnerie de moellons
1900 = maçonnerie de briques pleines
1350 = maçonnerie de briques perforées
1300 = maçonnerie d'agglos

Exercice 1

Soit un mur de briques pleines de 0,60 m d'épaisseur. Niveau du sol = ± 0,00, niveau supérieur du mur = + 2,00 et niveau supérieur de la semelle = - 0,40.
Vérifier la stabilité au renversement de ce mur s'il subit une poussée horizontale de 200 kg à 1,40 m au-dessus du joint I. Prendre k = 1,25.

Solution:

$Ms = P \times \frac{b}{2}$

P = 1900 kg/m^3 x 0,60 m x 1,00 m x 2,40 m = 2736 kg

$\frac{b}{2} = 0.30m$

-Ms = 2736 kg x 0,30 m = 820 kg. m

.Mr = F x h

Mr = 200 kg x 1,40 m = 280 kg.m

$\frac{Ms}{Mr} = \frac{820kg.m}{280kg.m}$ = 2,92 >1,25 donc bon

Si la solution était inacceptable, on devrait modifier (suivant le cas) :

- soit la hauteur du mur
- soit la largeur du mur
- soit les matériaux utilisés

Nous calculerons, selon le cas:

- la HAUTEUR max. admissible avec la largeur et les matériaux imposés;
- la LARGEUR min. exigée avec la hauteur et les matériaux imposés
- le poids volumique des MATERIAUX qui conviennent avec la hauteur et la largeur imposées.

Exercice n° 2 :

Déterminer les dimensions des fondations en béton non armé d'un panneau de signalisation routière. Voir la figure 2.4 Poussée du vent: 150 kg/m2 au maximum. Prendre k=2

Négliger le poids du panneau et de ses deux montants (poutrelles)

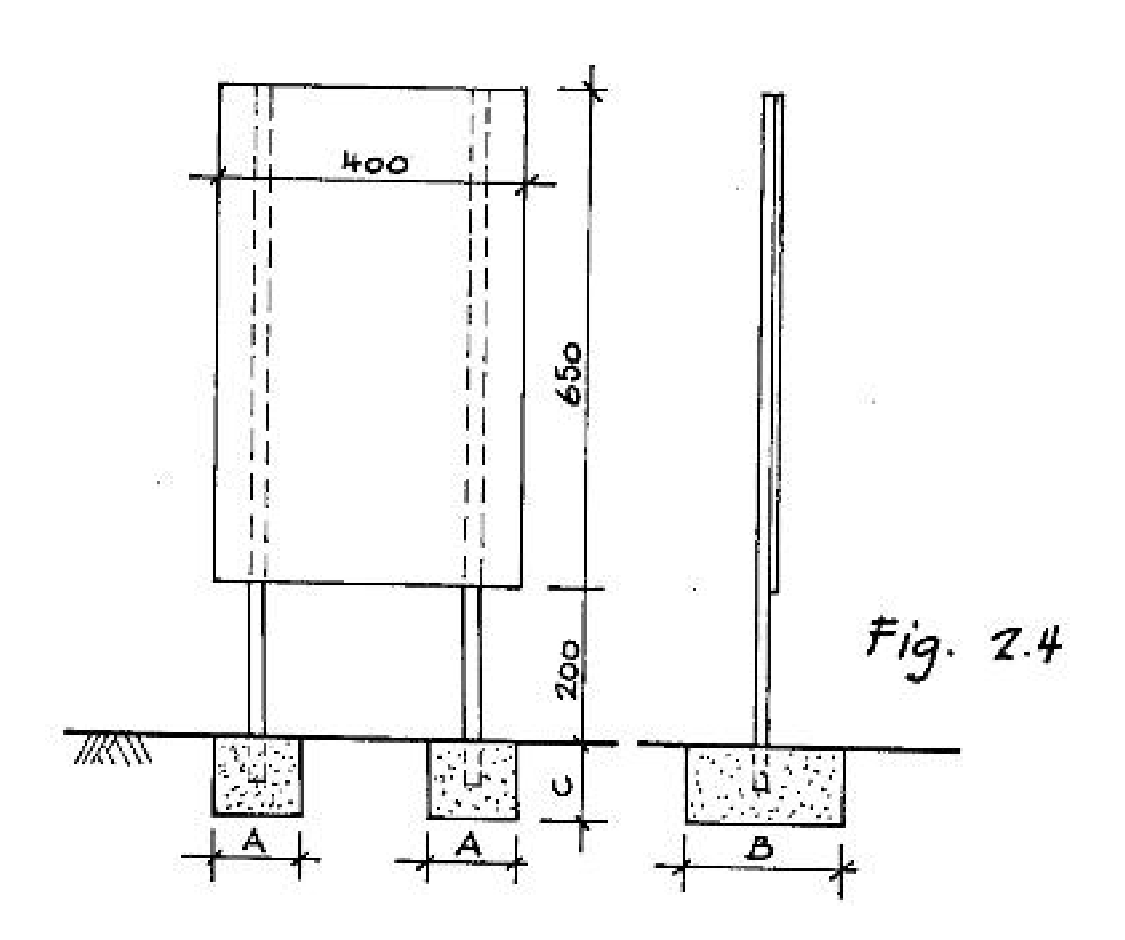


Fig. 2.4

Exercice n° 3 :

Vérifier la stabilité au renversement du mur représenté à la figure 2.5

Poids volumique des matériaux: 2000 kg /m^3

P2 dans l'axe du mur: 3500 kg

F2 poussée du vent: 100 kg/m^2

FI poussée latérale: 1 tonne

Prendre k = 1,25

Epaisseur du mur proposée: 0,60 m

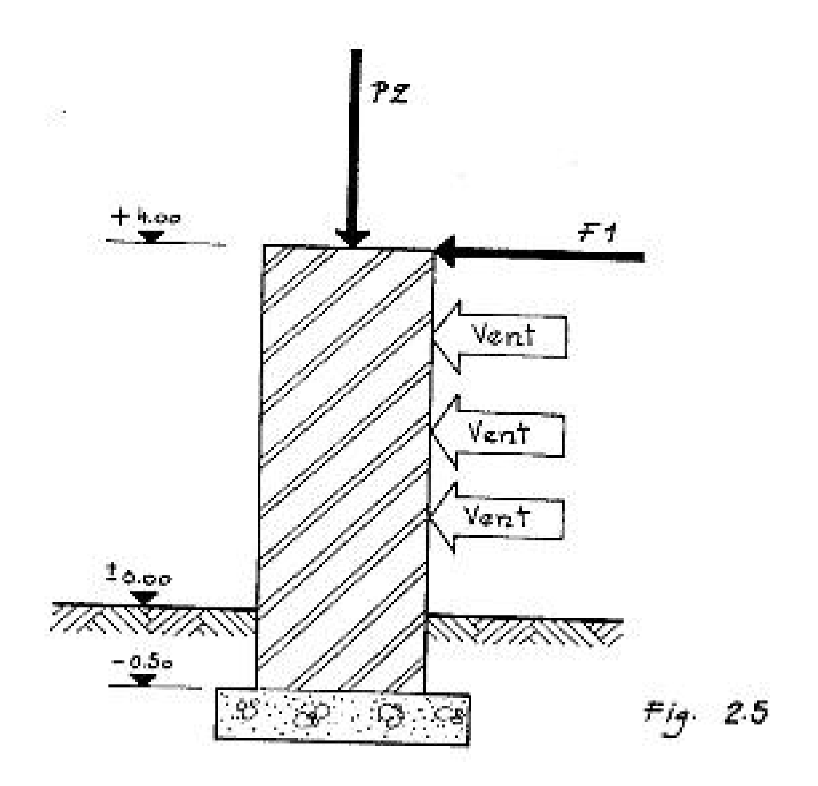


Fig. 2.5

Solution de l'exercice n° 3:

Mr = F x h
= (F1 x h1) + (F2 x h2)
= (1000 kg x 4,50 m) + (100 kg/m² x 1,00 m x 4,00 m x 2,50 m)
= 4500 kg.m + 1000 kg.m
= 5500 kg.m.

Ms = P x b/2
= $(P_1 + P_2)$ b/2
= ((2000 kg/m³ x 1,00 m x 0,60 m X 4,50 m) + 3500 kg) 0,30 m
= 2670 kg.m.

$\frac{Ms}{Mr} \geqslant K_1$

$\frac{2670 \text{ kg.m}}{5500 \text{ kg.m}} = 0{,}485 < 1{,}25$ donc inacceptable.

Il faut calculer la largeur minimale a nécessaire du mur.

$\frac{Ms}{Mr} \geqslant 1{,}25$

Ms ⩾ 1,25 Mr

Ms = P x b/2 = ((2000 kg/m³ x 1,00 m x 4,50 m x a) + 3500 kg) x a/2
= (9000 a + 3500) a/2
= $\frac{(9000\ a + 3500)\ a}{2}$
= 4500 a² + 1750 a

Mr = F x h = 5500
4500 a² + 1750 a ⩾ 1,25 x 5500
4500 a² + 1750 a - 6875 = 0

C'est une équation du type ax² + bx + c = 0

racines $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$a_1 \geq \frac{-1750 + \sqrt{1750^2 + (4x4500x6875)}}{2x4500}$$

$a_1 \geq 1.056m$ a_2= racine négative à rejeter

Applications stabilité au glissement

Ecercice1 :

Un bloc de fonte de 10 kg repose sur un socle plan en acier, incliné d' un angle α sur le plan horizontal.

Quelle doit être la valeur de cet angle pour que le bloc glisse d'un mouvement uni forme?
On donne f=0,18.

Solution: f=0.18=tg α ; donc α = 10°10'

. Reprenons le mur étudié dans la stabilité à la rotation. Voir fig. 2.2

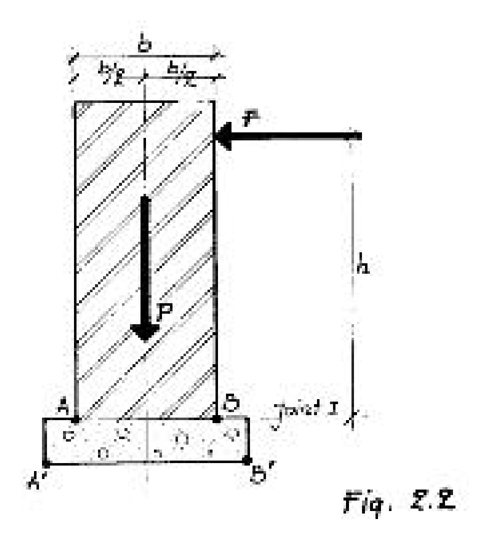


Fig. 2.2

Nous constatons que:
- la force F tend à faire glisser le mur sur le joint A-B.
- la force P tend à appliquer le mur sur le joint A-B.

C'est la résultante R qui tend à s'opposer au glissement du mu r .
Voir fi g 2.9
Cette résultante a comme composante horizontale **T.**

Or, T=N x f et N = P donc T = P x f

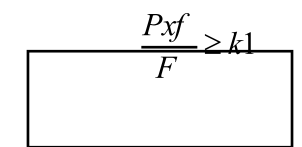
Pour qu'il n'y ait pas de glissement, il faut que T > F donc que P x f > F .

En plus, on prend généralement un coefficient de sécurité au glissement 1,5 < k1 < 2.
La stabilité au glissement sera assurée lorsque:

$$P \times f \geq F \times k1$$

ou encore:

$$\frac{Pxf}{F} \geq k1$$



Cas général.

Comme pour la stabilité à la rotation, la résultante F des forces extérieures n'est jamais horizontale.

Il convient de refaire les calculs en décomposant F en FI et F2, verticale et horizontale.
La stabilité au glissement sera donc assurée lorsque:

$(P+F2).f \geq F1 \times K1$

Ou encore: $\frac{(P+F2).f}{F1} \geq k1$

Remarque:

Le même principe de calcul sera appliqué pour vérification de la stabilité au glissement au joint A'B'
Il faudra donc ajouter le poids de la semelle aux forces verticales.

Exercice 2 :

Voir la figure 2.2

Reprendre l'exercice 1 du chapitre 1 et vérifier la stabilité au glissement pour des fondations sur sol naturel sec (f = 0,60). Prendre k1 = 2.

$$\frac{Pxf}{F} \geq k1$$

$\frac{2736x0.6}{200}$ =8.2 > 2 donc bon.

Exercice 3:

On projette de construire un mur de 3,50 m de haut en briques pleines de 21 x 10 x 5 cm, sur un sol naturel sec (f = 0,60).
Le haut de la fondation se trouve à 0,50 m sous le niveau du sol.
Poids volumique des briques = 1 900 kg/m^3.
Poussée du vent = 100 kg/m^2.
Charges C. U. R. sur le mur = 500 kg/ml
Coefficient de sécurité = l,50

Quelle sera l'épaisseur minimale du mur pour qu'il soit acceptable au renversement et au glissement?
Quelle sera l'épaisseur réelle du mur? Prenons épaisseur =b
Vérifiez tous vos résultats.

Solution :

1 - Contrôle de la stabilité au renversement :

$$Ms \geqslant M_r \times 1{,}50$$

$$Ms = P \times \frac{b}{2} = \left[(1900\ kg/m^3 \times 1{,}00\ m \times 3{,}50\ m \times\ b\ m) + 500 kg\right] \times \frac{b}{2}\ m.$$

$$= (6\,650\ b + 500)\ \frac{b}{2}$$

$$= 3\,325\ b^2 + 250\ b.$$

$$Mr = F \times h = (100\ kg/m^2 \times 1{,}00\ m \times 3{,}00\ m) \times 1{,}50\ m$$

$$= 450\ kg.m$$

$$3\,325\ b^2 + 250\ b \geqslant 450 \times 1{,}50$$

$$33{,}25\ b^2 + 2{,}50\,b - 6{,}75 = 0$$

équation du type $ax^2 + bx + c = 0$

racines : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

avec $a = + 33{,}25$

$b = + 2{,}50$

$c = - 6{,}75$

$$\Delta = \sqrt{2{,}50^2 + (4 \times 33{,}25 \times 6{,}75)} = 30{,}06$$

$x_1 = \dfrac{-b - \Delta}{2a}$ = impossible car résultat négatif.

$$x_2 = \frac{-b + \Delta}{2a} = \frac{-2{,}50 + 30{,}06}{2 \times 33{,}25} = 0{,}414\ m$$

La largeur min sera de 0,42 m.

En réalité, on prendra : 2 panneresses + 1 boutisse + 2 joints
= 0,52 m.

Vérification :

Mr = 450 kg.m

Ms = $\left[(1900 \text{ kg/m}^3 \times 1{,}00 \text{ m} \times 3{,}50 \text{ m} \times 0{,}52) + 500\right] \times 0{,}26$
= 1029 kg.m

$$\frac{Ms}{Mr} = \frac{1029}{450} = 2{,}28 > 1{,}5o \quad \text{donc bon.}$$

2 - Contrôle de la stabilité au glissement :

$$\frac{P \times f}{F} \geqslant 2$$

P = $(1900 \text{ kg/m}^3 \times 1{,}00 \text{ m} \times 3{,}50 \text{ m} \times 0{,}52) + 500 = 3958$ kg

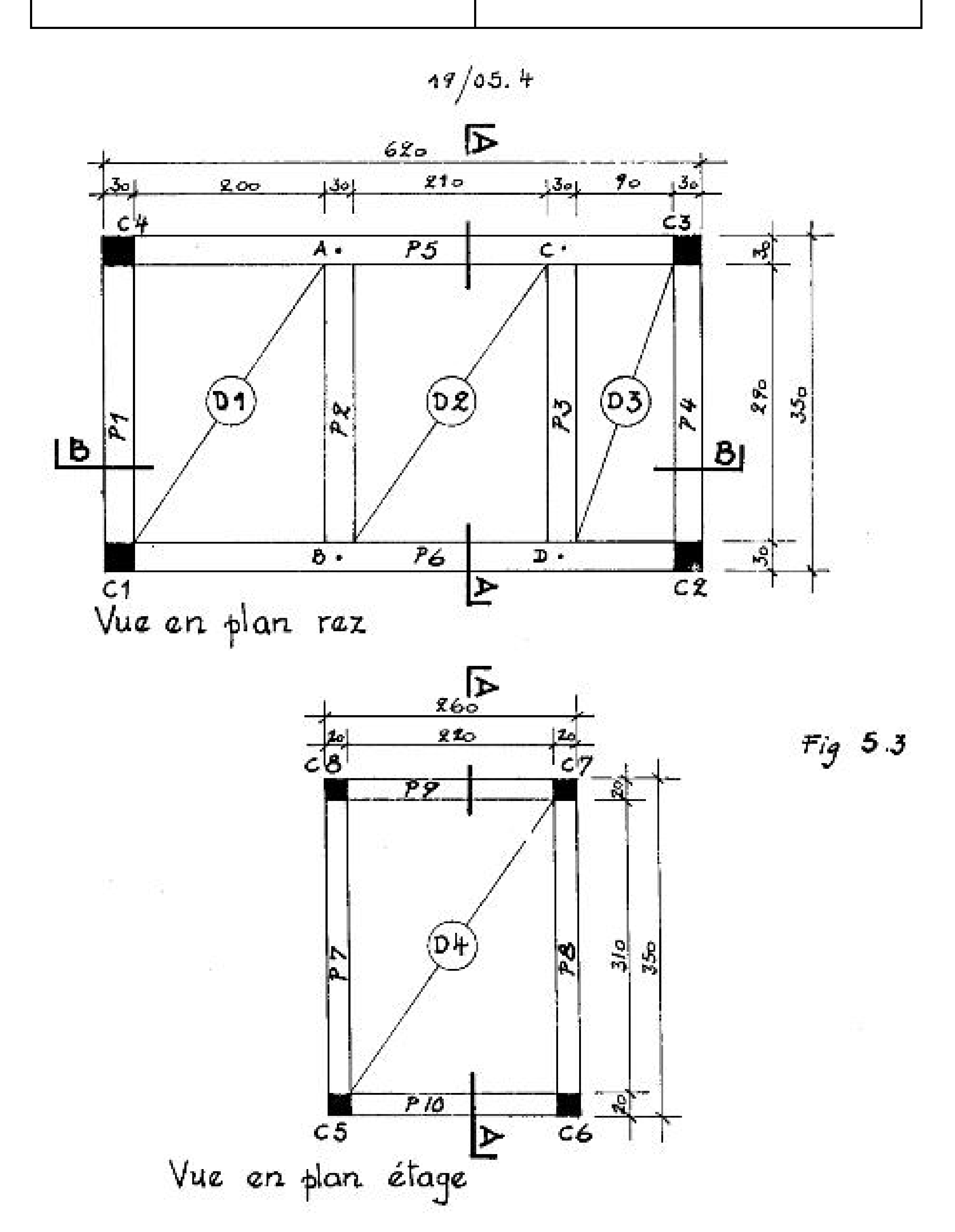
f = 0,60

F = $100 \text{ kg/m}^2 \times 1{,}00 \text{ m} \times 3{,}00 \text{ m} = 300$ kg.

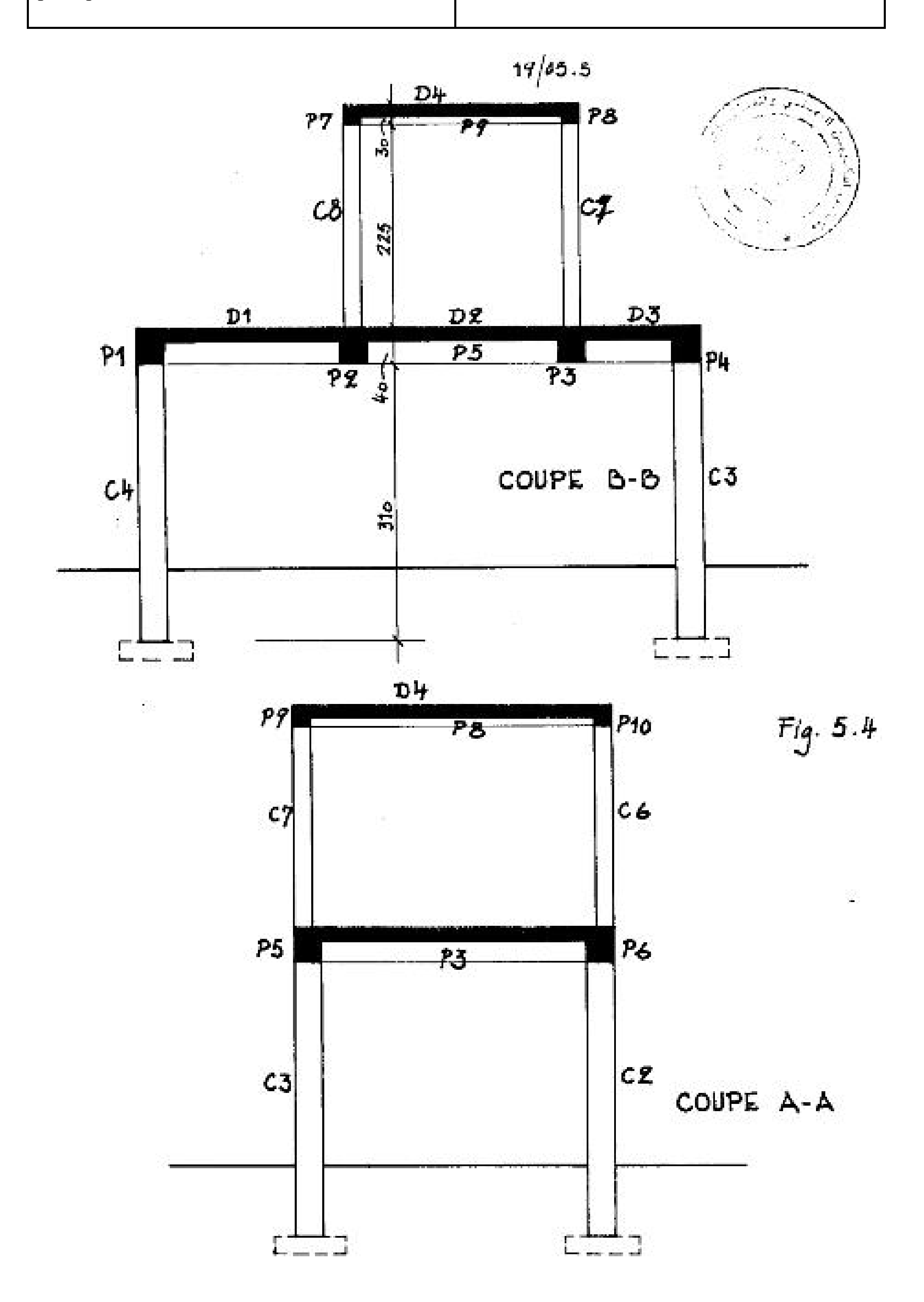
$$\frac{3958 \times 0{,}60}{300} = 7{,}916 > 2 \quad \text{donc bon.}$$

Applications descente de charges

Exercice 1 : Voir les figures 5.3 et . 5.4



17/05.4
620
30
200
30
210
30
90
30
C4
C3
A
P5
C
30
290
350
D1
P2
D2
P3
D3
P4
P1
B
B
B
P6
D
30
C1
C2
A
A
Vue en plan rez
260
20
220
20
C8
C7
P9
20
310
350
D4
P7
P8
P10
20
C5
C6
A
Vue en plan étage
Fig 5.3


19/05.5
D4
P7
P8
P9
30
C8
C7
225
D1
D2
D3
P1
P2
P5
P3
P4
40
C4
COUPE B-B
C3
310
D4
P9
P8
P10
C7
C6
P5
P3
P6
C3
C2
COUPE A-A
Fig. 5.4

Les colonnes C_1 à C_4 ont une section de 30 x 30 cm.
Les poutres P_1 à P_6 ont une section de 30 x 40 cm.
Les dalles ont 15 cm d'épaisseur.
Les colonnes C_5 à C_8 ont une section de 20 x 20 cm.
Les poutres P_7 à P_{10} ont une section de 20 x 30 cm.
Charge uniformément répartie sur toute la toiture:100 kg/m²
Les murs de remplissage sont en briques pleines (1900 kg/m^3)

Quelle sera la descente de charge sous les colonnes C_I à C_4 ?

Exercice 2

Déterminer la descente de charge au niveau de la semelle la plus chargée, en déterminant la contrainte réelle du sol et en la comparant avec la contrainte max admissible du sol.

Voir la figure de la page suivante.

Extrait du cahier des charges:
1- Immeuble à usage d'habitation
2 - Terrain de fondation: $\sigma'_{\max sol} = 0.8$ bars
3 - Murs extérieurs: maçonnerie de briques pleines avec enduit intérieur et extérieur.
4- Plancher des étages: dalles en béton armé
5- Revêtements de sols:
- pour les planchers de 4,20 m : dallage céramique avec couche de mortier de pose (80 kg/m^2)- salle de bain et cuisine.
- pour les planchers de 5,00 m : moquette collée sur une chape de 6 cm d'épaisseur - salons
- pour les magasins du rez-de-chaussée :marbre
6- L'épaisseur des murs de refend est à calculer en fonction des briques à mettre en œuvre : format des briques creuses 19 x 9 x 5 cm.
7- Toiture: dalle de béton armé avec forme en béton léger, épaisseur moyenne de 15 cm.
Etanchéité multicouche avec couche d'asphalte sur l'étanchéité
Protection de l'étanchéité par 3 cm de gravillon.
8- Au niveau de chaque plancher et de la toiture, la stabilité des murs extérieurs et de refend est renforcée par un chaînage de 40 cm de haut, dalle comprise.
9- Enduit sur tous les plafonds

10 - Premier, 2e et 3e étages: étages d'habitation
Rez-de-chaussée: magasins

Sous-sol: cave

Applications calcul des semelles de fondation

APPLICATION N° 1

Soit un mur de 50 cm d'épaisseur transmettant sur la fondation une charge de 6 tonnes par mètre courant.

La contrainte admissible du sol étant 0,75 kg/cm² au maximum.

Calculez les dimensions de la semelle.

Solution

Béton de fondation non armé = 2 400 kg/m²

Calcul de b : $$b \geq \frac{\sum P}{\sigma'_{\max .sol} \times 100}$$

1) $\sum$ P est inconnu puisque b et h sont à déterminer:
On prendra comme estimation:

$$\frac{charge}{10} = \text{poids de la semelle.}$$

$\sum P = 6000kg + 600kg = 6600kg.$

= charge + poids semelle.

$$b \geq \frac{6600kg}{0,75kg/cm^2 \times 100cm} = 88cm.$$

Nous prendeons b = 90 cm.

2) 2 empattements = b - 50 cm = 40 cm.
Nous prendrons e = 20 cm.

3) h $\geq$ e + 10 cm
donc h = 30 cm.

4) Vérifions si le poids propre de la semelle estimé est proche de la réalité.

Poids semelles = $0,90m \times 0,30m \times 1,00m \times 2400kg/m^3$
= 648 kg par mct (mètre courant)

5) Vérifions la contrainte de travail au sol:

$$\sigma'_S = \frac{6000 + 648}{100 \times 90} = 0{,}73 kg / cm^2 \langle 0{,}75 donc.bon$$

<u>APPLICATION N° 2</u>

Reprenons l'application n°1 avec une charge de 10 tonnes par mètre courant de semelle.

1) Estimation du poids de la semelle = 1000 kg

$\sum$ P = 10.000 kg + 1.000 kg = 11.000 kg

$$b \geq \frac{P}{\sigma'_{\max sol} \times 100} = \frac{11.000 kg}{0{,}75 kg / cm^2 \times 100 cm}$$
$$= 146{,}6 \text{ cm.}$$

Nous prenons b = 150 cm en pratique.

3) 2 empattements = b - 50 cm = 100 cm.
Nous prenons e = 50 cm.

4) h $\geq$ e + 10 cm avec h $\geq$20 cm.
H $\geq$ 60 cm.

Mais nous prendrons h = 0,75 m pour garder le rapport 2/3.

4) Poids de la fondation par mètre courant:

$$0{,}75m \times 1{,}50m \times 1{,}00 \times 2400 kg / cm^3 = 2700 kg.$$

5) $\sigma'_{sol} = \dfrac{10.000 kg + 2700 kg}{100 cm \times 150 cm} = 0{,}85 kg / cm^2 \rangle 0{,}75$

Le taux de compression au sol est inacceptable.
La largeur b est insuffisante et il faut l'augmenter. Mais cela va entraîner une augmentation de hauteur, donc une augmentation du poids de la semelle.

6) Recommençons les calculs avec 2500 kg pour l'estimation du poids de la semelle.

$\sum$ P = 12.500 kg.

$$b \geq \frac{12.500 kg}{0{,}75 kg / cm^2 \div 100 cm} = 166{,}66 cm.$$

Nous prendrons b = 1,70 m.

7) Empattement = $\frac{170-50}{2} = 60cm$

8) $h \geq e + 10cm = 70cm.$

9) poids réel de la semelle :

$0,70m \times 1,00m \times 1,70m \times 2400kg/m^3.$

=2856 kg/mètre courant.

10) $\sigma'_{sol} = \frac{2856kg + 10.000kg}{100cm \times 170cm} = 0,75kg/cm^2.$

=0,75 donc bon

Il faudrait prendre, par sécurité, b = 1,75 m.

Nous constatons que les dimensions de cette semelle sont excessives, soit 1,75 cm de bas et 70 cm de haut.

Le prix de cette semelle sera prohibitif et nous allons chercher à diminuer la grande quantité de béton.

Nous avons la première solution qui consiste à exécuter des redans. Mais si le prix du béton diminue, nous devons tenir compte du prix du coffrage.

La seconde solution est meilleure : armer la semelle.

Application n° 3

Soit un mur de 50 cm d'épaisseur transmettant sur la fodation une charge de 15 tonnes par mètre courant de semelle.

La contrainte maximum admissible au sol est de 2 kg/cm². Calculer les dimensions de la semelle armée.

Solution :

l)Estimation du poids de la semelle = 1.500 kg

$$b \geq \frac{P}{\sigma'_{\max sol} \times 100} = \frac{16.500kg}{2kg/cm^2 \times 100cm}$$

=82,5 cm.

Nous prendrons b = 85 cm

2) $h \geq \frac{b-c}{4} + 5cm.$

$h \geq \frac{85-50}{4} + 5 = 13{,}75$

Nous prendrons h = 20 cm puisque h 20cm.

3) Poids réel de la semelle par mètre courant :

0,85 m x 1,00 m x 0,20 m x 2 500 kg/m^3 = 425 kg.

4) Effort F = $\frac{10.425kg(85-50)}{8(20-3)} = 2683kg.$

Cet effort sera repris par des armatures en acier doux.

5) S = $\frac{F}{\sigma_{ACIER}} = \frac{2683kg}{1440kg/cm^2} = 1{,}86cm^2.$

Nous prendrons des 08, diamètre économique.

3ø8 = 1,51 cm² ce qui est insuffisant..

4ø8 = 2,01 cm²

Nous placerons donc 4 ø 8 par mètre, sur toute la longueur .de la semelle, soit un fer tous les 33 cm.

Les barres de répartition ont une section égale à 50 % de celle des fers de tension.

Cela représente pour 1,00 m courant :

S = $\frac{1{,}86cm^2}{2} = 0{,}93cm^2.$

Mais la semelle n'a pas 1,00 m de largeur, mais 0,85 **m.**

S = 0,93 x 0,85 = 0,79 cm².

Nous prendrons 2 ø 8 (1,005 cm²) répartis sur la largeur de la semelle.

Application 4

Soit à calculer les dimensions et les armatures d'une semelle de fondation située sous un mur de 0,50m d'épaisseur. Charge totale pondérée transmise par le mur: 40000 kg par mètre de longueur.
Contrainte admissible sur le sol : σ_S = 2 kgf /cm².

La semelle est en béton peu contrôlé, dosé à 350 kg/m3 ; les armatures sont en acier Fe E 22 ; la fissuration est préjudiciable (k = 106).

Nous avons :

$$B = \frac{40000}{100 \times 2} = 200cm; h_T \geq 3{,}5 + \frac{200-50}{4} = 41cm;$$

Nous prendrons :

$$h_T = 42cm, d' où h_T - d = 42 - 3{,}5 = 38{,}5cm.$$

La formule (1) s'écrit :

$$F = \frac{40000(200-50)}{8 \times 38{,}5} = 19480kg.$$

La section des armatures, par mètre de longueur, aura pour valeur :

$$A = \frac{19480}{1470} = 13{,}25cm^2,$$

soit des ø 16 espacés de 15 cm (13,41 cm²).

Pour des ø 16, avec k = 106 et σ_b = 5,8 bars bars, le tableau 4 (Annexes) donne : σ_2 = 1445 bars = 1475 kgf/cm².
La contrainte adoptée de 1470 kgf/cm² est donc admissible, compte tenu des risques de fissuration.

Nous aurons :

$e \geq 6 \times 1{,}6 + 6 = 15{,}6 cm$ soit e=16cm.

Armatures de répartition :

$A_1 = \frac{13{,}25}{4} = 3{,}31 cm^2, soit 5\Phi10 \, par\, métre = 3{,}92 cm^2$.

Le libage sera armé de 3 ø 12 à la partie supérieure et à la partie inférieure, ainsi que par un cadre et un étrier en ø 5 disposés à raison de 6 par mètre.

Application 5

Soit à déterminer la semelle de fondation d'un pilier rectangulaire de 30 x 20 cm, transmettant une charge centrée de 30 t.

Contrainte admissible sur le sol de fondation: σ_s = 3 kgf /cm^2

Pour les armatures: σ_a = 1470 kgf/crn^2, sous réserve des conditions relatives à la fissuration qui est préjudiciable (k = 10^6) et σ_b=5,8 bars.

Nous avons :

$$B_x B_y \geq \frac{30\,000}{3} = 10\,000 \text{ cm}^2.$$

comme $\frac{b_x}{b_y} = \frac{30}{20} = 1{,}5$, nous prendrons B_y = 125 cm et B_2=85cm.

$h_t \geq 3{,}5 + \frac{125 - 30}{4} = 27{,}25$ cm, nous prendrons h_t = 30.

Les formules (2) et (3) s'écrivent :

$$F_x = \frac{30\,000\,(125 - 30)}{8\,(30 - 3{,}5)} = 13\,443 \text{ kg} \;;\; F_2 = \frac{30\,000\,(85 - 20)}{8(30 - 5)}$$

$$= 9\,750 \text{ kg.}$$

d'où :

$$A_x = \frac{13\,443}{1\,470} = 9{,}15 \text{ cm}^2, \text{ soit } 5\,\text{Ø}\,16 = 10{,}05 \text{ cm}^2 \;;$$

$$A_y = \frac{9\,750}{1\,470} = 6{,}63 \text{ cm}^2, \text{ soit } 6\,\text{Ø}\,12 = 6{,}78 \text{ cm}^2 .$$

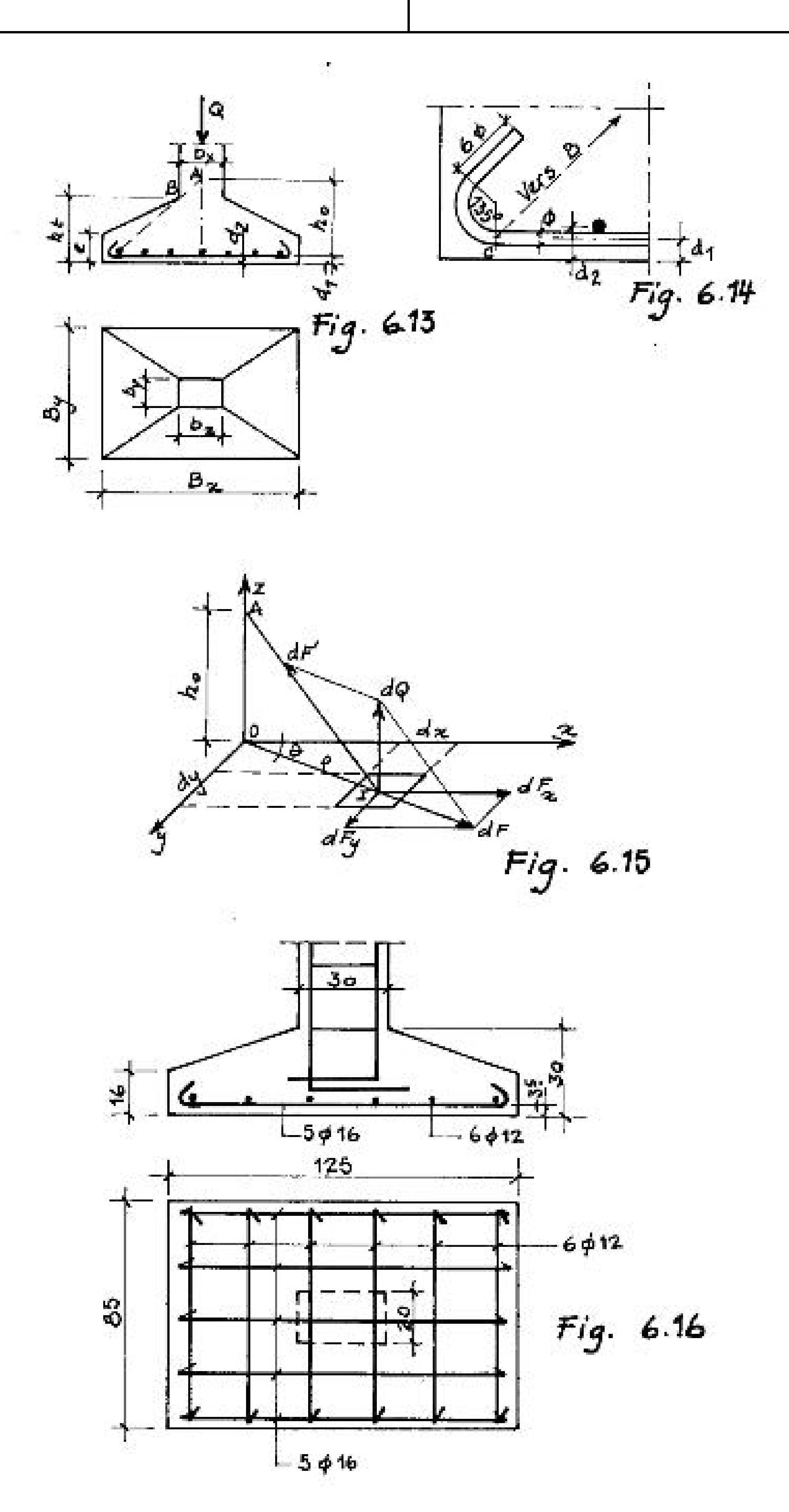


Fig. 6.13

Fig. 6.14

Fig. 6.15

Fig. 6.16

Nous savons que pour des Φ 16 la contrainte de 1470 kgf/cm² était admissible
Nous aurons :
E=6 x1.6 +6= 15.6 cm soit 16 cm
La semelle ainsi déterminée est représentée sur la figure 6.16

Applications la pousse des terres

Exercices:

1- L'angle φ compris entre la tangente à AN et l'horizontale passant par A vaut 25°.

Que vaut l'angle du talus naturel?

Réponse :L'angle du talus naturel ;est l'angle formé par la tangente à la surface c ylindrique A.N. avec l'horizontale passant par A.
Donc, si l'angle vaut 25°, l'angle du talus naturel vaudra également 25°.

2- La surface cylindrique A.3. est-elle un autre talus naturel des terres?

R: Nous avons vu que la surface cylindrique A.N. est appelée "talus naturel des terres" et que c'est la dernière surface d'éboulement observée.
Or, la surface cylindrique A.3. est suivie d'autres surfaces cylindriques d'éboulement A.4. et A.N. donc, la surface cylindrique A.3. n'est, pas le talus naturel des terres.
Il n'existe qu'un seul talus naturel qui est A.N.

3- Considérons la surface cylindrique A.4.

Si l'angle de la tangente à cette surface avec l'horizontale au point A vaut 50°, l'angle du talus naturel vaudra-t-il plus, moins ou sera-t-il égal à 50° ?

Réponse: L'angle"du talus naturel est l'angle formé par la tangente à la surface cylindrique A.N. avec l'horizontale en A.
La tangente à la surface cylindrique A.N. fait avec l'horizontale un angle plus petit que celui formé par la tangente à la surface cylindrique A.4 avec l'horizontale.
Donc, l'angle du talus naturel sera PLUS PETIT que 50°. Donc 1<50°.

4- Si le coefficient de frottement vaut 0,46630, quel sera l'angle de frottement terre contre terre?

<u>Réponse</u> : Le coefficient de frottement f est égal à la tangente de l'angle du talus naturel ou l'angle de frottement terre contre terre. Soit $f = tg\varphi$ Or, f = 0,46630 ; donc l'angle $\varphi = 25°$

Exercices:

1- Considérons une paroi verticale A.B d'une hauteur h. Elle est soumise seulement à une poussée des terres.
Elle est ensuite soumise seulement à une poussée hydraulique.
Quelle sera la pression la plus forte? Nous supposons que les poids spécifiques de la terre et de l'eau sont égaux.

Réponse : Les poids spécifiques de la terre et de l'eau sont les mêmes. Donc $d_1 = d_2$
La pression hydrostatique en A, à une profondeur h, donnée, vaut:
$P_A(eau) = d_l \times h$

La pression des terres en *A,* à la même profondeur h donnée, vaut:
$P_A(terres) = d_2 \quad h \times k$
Le tableau précédent nous montre que k est toujours inférieur à l'unité.

Donc P_A(eau) sera toujours plus grand que P_A(terres)

2 - Un réservoir d'eau en béton armé de 5,00 m de hauteur et de 5.00m de diamètre est rempli d'eau sur 4,00m de hauteur.
On projette de remplacer l'eau par de la terre qui a un poids spécifique de 1600 kg/m^3 et un angle de frottement φ =250
Peut-on le faire sans dommage pour le réservoir?
Réponse: La pression hydrostatique à 4,00 m de profondeur vaut:

P_A (eau) = $d_l \times h$ = 1000 kg/m^3 x 4,00 m = 4000 kg/m^2
La pression des terres à 4,00 m de profondeur vaut:

P_A (terres) = $d_2 \times h \times k$ = 1600 kg/m3 x 4,00 m x 0,406 = 2600 kg/m^2
La pression des terres à 4,00 m de profondeur est donc plus faible que la pression hydrostatique à la même profondeur.

On peut donc remplacer l'eau par de la terre, sans dommage pour la stabilité des murs du réservoir.

3 - On construit la même paroi verticale A.B dans deux terrains différents.
Le premier terrain a les caractéristiques suivantes:

d_l = 1800 kg/m^3 et φ_1 = 15°
Le second terrain a les caractéristiques suivantes:

d_2 = 1600 kg/m^3 et φ_2 = 25°

Quelle sera la pression la plus forte sur la paroi si A.B = 5,00 m.
R: Dans le premier terrain:

$P_A(l) = d_1 \times h \times k_1 = =1800$ kg/m^3 x 5,00 m x 0,589 = 5301 kg/m^2
Dans le second terrain:

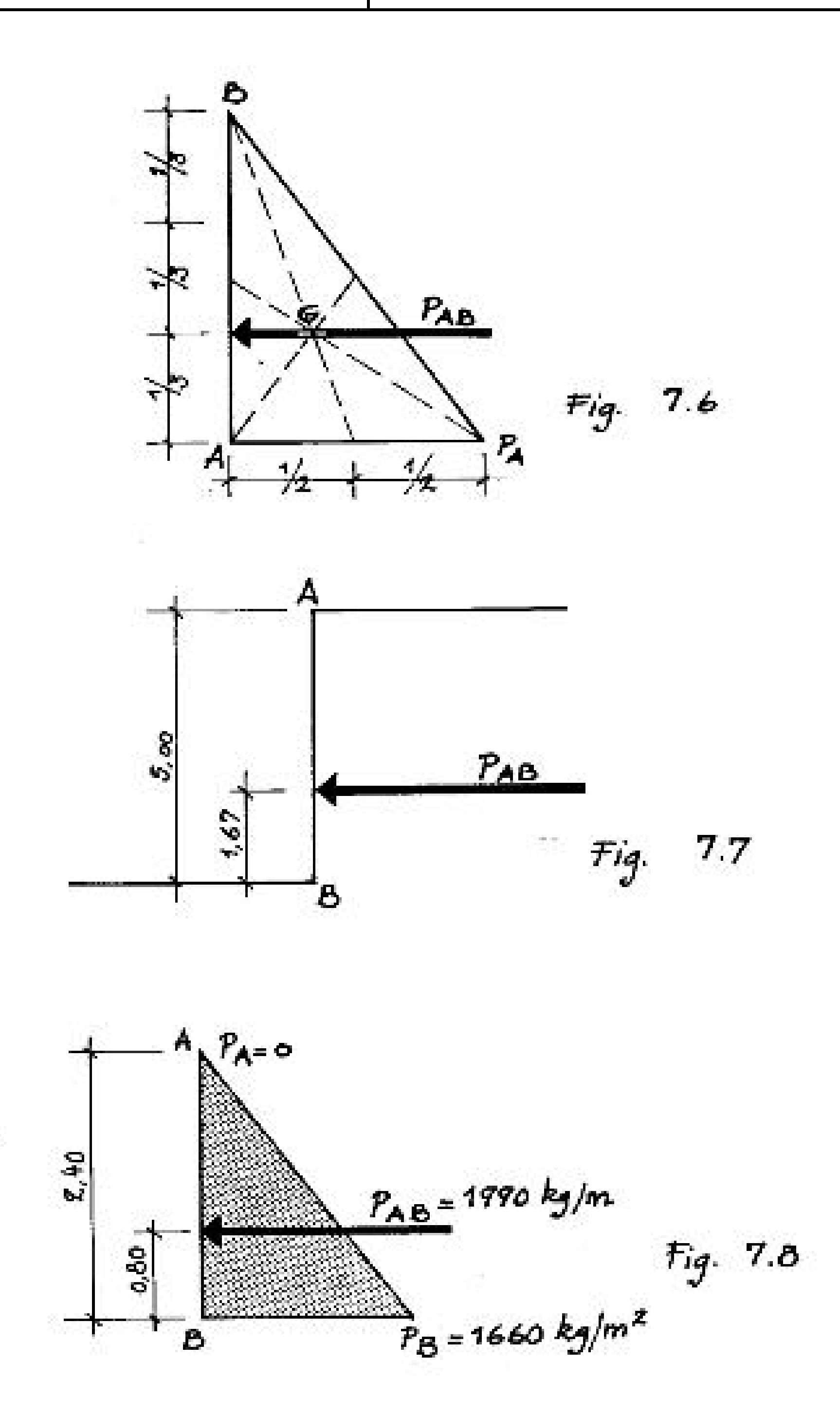
$P_A(2) = d_2 \times h \times k_2$ = 1600 kg/m^3 x 5,00 m x 0,406 = 3248 kg/m^2
La pression en A pour le premier terrain est donc beaucoup plus importante que pour le second terrain.

Exercices

1- Une paroi verticale A.B de 4,00m de hauteur est soumise à une pression de terre.

La terre a les caractéristiques suivantes

d = 1700 kg/m² et φ = 30°
Que vaudra la poussée des terres sur A.B ?



B
1/3
1/3
1/3
G
P_AB
A
P_A
1/2
1/2
Fig. 7.6
A
5,00
P_AB
1,67
B
Fig. 7.7
A
P_A = 0
2,40
P_AB = 1990 kg/m
0,80
B
P_B = 1660 kg/m²
Fig. 7.8

R: La poussée des terres sur un écran vertical a pour équation:

$P_{AB} = d \cdot \frac{h^2}{2} \cdot k$

K= 0.333 pour $\varphi = 30°$

d'où $P_{A.B} = 1700 \times \frac{4.00^2}{2} \times 0{,}333 = 4530$ kg/m

Vérification :

L'équation des dimensions est:

$P_{AB} = d \cdot \frac{h^2}{2} \cdot k$

$T/m = T/m^3 \times m^2 \times k$

2 - <u>Reprendre l'exercice 1</u>

Où sera situé le point d'application de la ligne d'action de la force P_{AB} sur la verticale A.B ?

R: P_{AB} représente la poussée totale de terre sur A.B.

- Or la force qui représente la poussée totale de terre P_{AB} passe par le centre de gravité du triangle rectangle de pressions de terre sur A.B.
-Le triangle rectangle des pressions de terre sur A.B, a un côté de l'angle droit qui est A.B et l'autre, perpendiculaire en B sur A.B vaut la pression de terre en B.
- Le centre de gravité de ce triangle se trouve au 1/3 de la hauteur; soit 1/3 x AB = 1/3 x 4 = 1,33m de B
- La poussée totale de terre P_{AB} ; passant à 1,33m de B passe donc bien par le centre de gravité du triangle rectangle des pressions de terre.

3 - Une paroi verticale de 5.00 m de haut est soumise à une poussée des terres de 8100 kg par mètre. Cette poussée agit horizontalement, de droite à gauche, à 1,67m de B.

Voir la figure 7 .7

Quelle sera le diagramme des pressions si d = 1600 kg/m et φ =25°

R: La poussée totale P_{AB} agit à 1,67m de B, soit au 1/3 de la hauteur totale:

1/3 x 5,00 = 1,67m

- Or, la poussée totale P_{AB} est la résultante des pressions de terre sur AB ; elle doit donc passer par le centre de gravité de la surface des pressions de terre.

- Le diagramme des pressions de terre sur AB est un triangle rectangle qui a un côté de l'angle droit qui est AB et l'autre qui est perpendiculaire à AB et qui vaut PB.

  - La résultante des forces élémentaires de ce triangle passe par le centre de gravité en 1/3 de la hauteur, c.à.d. à 1/3 x 5,00 = 1,67m de B.

- En conséquence, la force P_{AB} représente bien la résultante d'un triangle rectangle ayant pour côté de l'angle droit AB et pour l'autre côté de l'angle droit, une perpendiculaire à AB en B ayant pour valeur P_B.

$$P_{AB} = P_B \text{ x } \frac{h}{2}$$

donc

$$P_B = \frac{2xP_{AB}}{h} = \frac{2x8.10}{5} = 3.24 \text{ T/m}^2$$

4-Le garage d'une maison est situé dans les sous-sols. De part et d'autre de la rampe d'accès, on construit des murs en moellons pour retenir les terres en remblai.

Quelle sera la poussée totale des terres par mètre par mètre linéaire de mur en moellons ?

- Hauteur du mur: 2,40 m.
- Poids spécifique de la terre: 1,70 tonne/m^3
- Angle de frottement interne: $\varphi r = 25°$

R: Voir la figure 7 .8

1ère Résolution : on utilisant le diagramme des pressions

Pression en A.

$P_A = d \times h \times k$ avec $h = 0$

PA = 0

Pression en B.

$P_B = d \times h \times k$ avec d = 1,70 T/m
h = 2,40 m
k = 0,406 pour
$\varphi = 25°$

$P_B = 1{,}70 \times 2{,}40 \times 0{,}406 = 1{,}66$ T/m²

Poussée totale sur AB :

$$P_{AB} = P_B \times \frac{h}{2}$$

$$PAB = 1{,}66 \times \frac{2.40}{2} = 1{,}99 \text{ T/m}$$

La poussée totale P_{AB} agit au centre de gravité du triangle de pression A.B.P_B donc au 1/3 de la hauteur AB.

$$d = \frac{2.40}{3} = 0{,}80 \text{ m.}$$

2ème Résolution : en appliquant la formue de la poussée :

Poussée sur A. B :

$P_{AB} = d.\frac{h^2}{2}.k$ avec d = 1,70 T/m³

h=2,40m
k = 0,406 pour $\varphi = 25°$

$P_{AB} = 1{,}70 \text{ x } \dfrac{2.40^2}{2} \text{ x } 0{,}406 = 1{,}99$ T/m

La poussée totale sur AB, agit au 1/3 de la hauteur AB.

soit $d = \dfrac{2.40}{3} = 0.80$ m

<u>Formules à utiliser:</u>

k= l pour l'eau

k= $tg^2 \alpha$ pour la terre (voir tableau des valeurs)

P_B = d x h x k (pression en B, en T/m^2)

$P_B = \dfrac{2xP_{AB}}{h}$ (pression en B, en T/m^2)

PA = généralement zéro (sauf pressions composées)

PAB = d x $\dfrac{h^2}{2}$ x k (poussée totale sur AB, en T/m)

$P_{AB} = P_B \text{ x } \dfrac{h}{2}$ (poussée totale sur AB, en T/m)

Exercices

1- La rue qui longe votre jardin se trouve 1,70 m plus haut que celui-ci.
Voir la figure 7.9

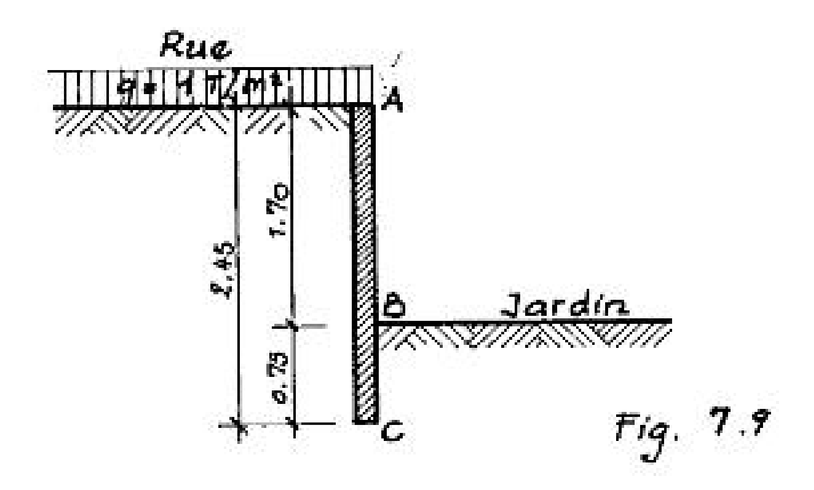


Fig. 7.9

Calculez les poussées de terre en sachant que: Surcharge sur le trottoir: q = 1000 kg/m²

Terre (rue) : poids spécifique d_{tr}= 1700 kg/m^3

angle de frottement interne φ = 25°

Terre (jardin) : poids spécifique d_{tj}. = 1600 kg/m^2

angle de frottement interne φ = 20°

R : Il faut passer nécessairement par les diagrammes des pressions de terre.

1°- Pression de terre sur AC (côté rue)

P_{tA} = (d x h x k) + (q x k)
= 0 + (1000 kg/m^3 x 0,406) = 0,406 T/m^3

P_{tC} = (d x h x k) + (q x k)
= (1700 kg/m x 2,45 m x 0,406) + (1000 kg/m x 0,406)
= 2096,99 kg/m^2 soit 2,10 T/m^2

Poussée de terre sur AC (côté rue) :

Décomposer le diagramme des pressions en deux figures géométriques simples.
- un rectangle:
P_{AC} (rectangle) = P_{tA} x h

= 0,406 T/m^2 x 2,45 m = 0,9947 T/m^2

soit l, 00 T 1 m^2

La poussée agit au centre de gravité du rectangle

$d = \frac{h}{2} = \frac{2.45}{2} = 1.225m$

- un triangle:

P_{AC} (triangle) = (P_{tC} - P_{tA}) x $\frac{h}{2}$ = (2,10 T/m^2 - 0,406 T/m^2) x $\frac{2.45m}{2}$

= 2,07515 T/m soit 2,08 T/m.

La poussée agit au centre de gravité du triangle:

$d = \frac{h}{3} = \frac{2.45}{3}$ =0,816 m.

2°-Pression terre sur BC (côté jardin) :

$P_{tB} = 0$
B
P_{tC} = d x h x k

= 1600 kg/m x 0,75 m x 0,490

= 588 kg/m^2 soit 0,588 T/m^2

Poussée de terre sur BC (côté jardin)

$P_{tBC} = P_{tC}$ x $\frac{h}{2}$ = 0,588 T/m² x 2 = 0,22 T/m

La poussée agit au centre de gravité du triangle:

$d = \frac{h}{3} = \frac{0.75}{3}$ = 0.22T/m

On peut également utiliser la formule:

P_{tBC} = d x $\frac{h^2}{2}$ x k

= 1,60 T/m^3 x $\frac{0.75^2}{2} x 0.490$ =0.22T/m

Voir la figure. 7 .10

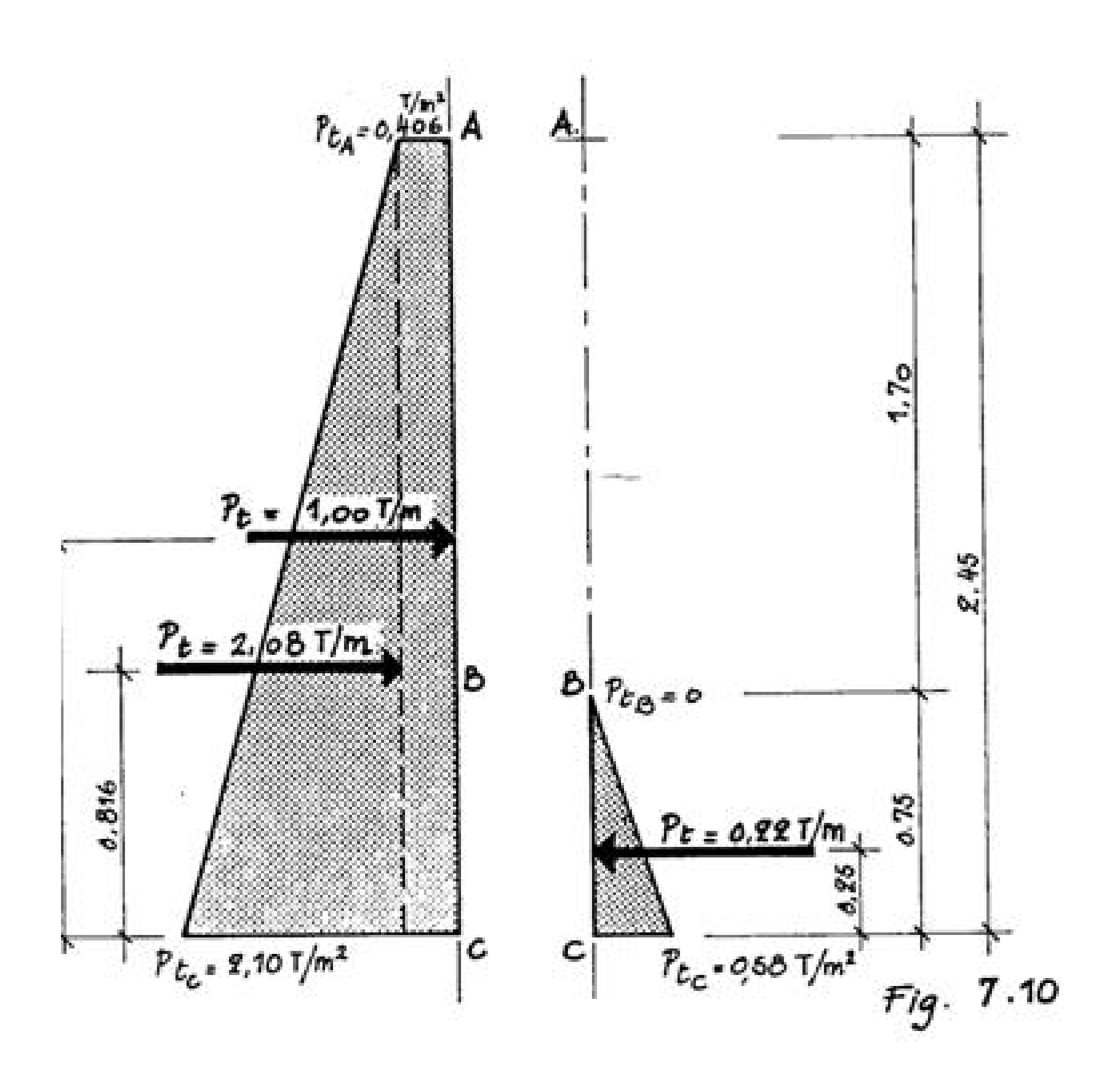


Fig. 7.10

2- Votre ingénieur étant trop occupé, il vous demande de l'aider en lui calculant les poussées de terre et d'eau sur un mur de quai, ayant les caractéristiques suivantes:

Hauteur totale A.C du mur	: 5,40 m
Hauteur BC de l'eau	: 3,80 m
Niveau de la nappe aquifère	: 1,60 m plus bas que A.
Terre sèche	: poids spécifique d_{ts} = 1,70 T/m³
	angle de frottement interne $\varphi = 30°$
Terre mouillée	: poids spécifique d_{tm}= 1,60 T/m³
	angle de frottement interne $\varphi = 20°$

Voir la figure 7.11

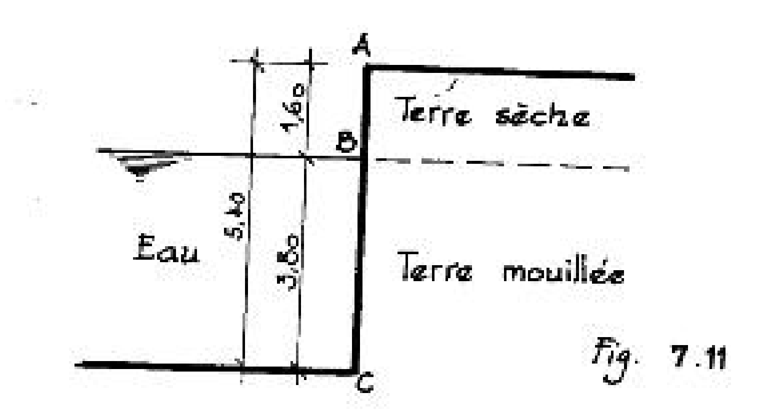


Fig. 7.11

R : Il faut passer nécessairement par les diagrammes des pressions de terre et d'eau. Voir la figure 7 .12

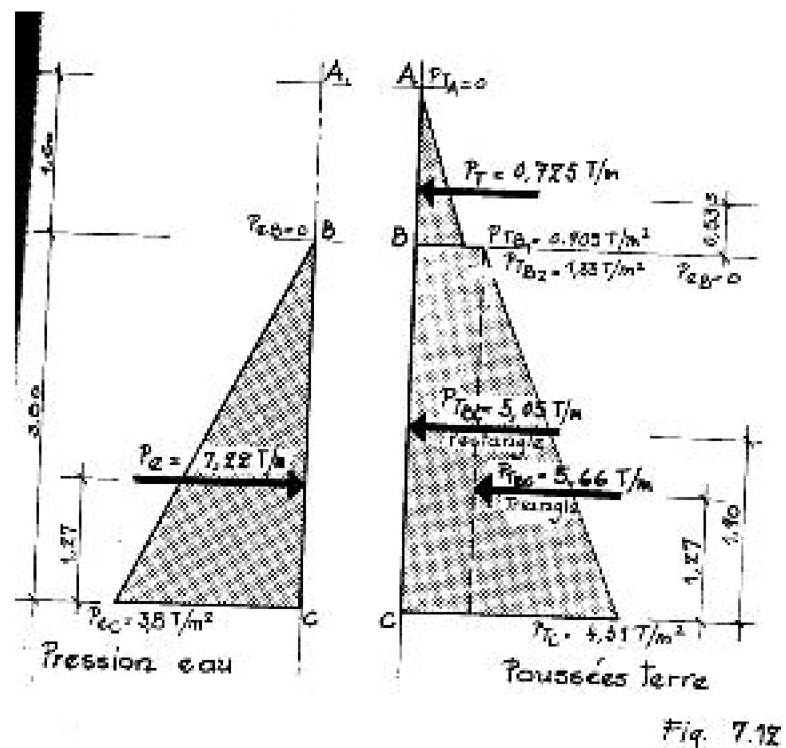


Fig. 7.12

1° Pression d'eau sur BC : due à l'eau

$P_{eB} = 0$
$P_{eC} = d_e \times h = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 3.80 \text{ m} = 3.80 \text{ T/m}^2$

Poussée d'eau sur BC.

$$P_{e_{BC}} = P_{e_C} \times \frac{h}{2} = 3,80\ T/m^2 \times \frac{3,80\ m}{2} = 7,22\ T/m$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur :

$$d = \frac{3,80\ m}{3} = 1,27\ m$$

2° Pression de terre sur AB. (terre sèche)

$$p_{t_A} = 0$$

$$p_{t_B} = d \times h \times k = 1,70\ T/m^3 \times 1,60\ m \times 0,33$$
$$= 0,905\ T/m^2$$

Poussée de terre sur AB.

$$P_{t_{AB}} = p_{t_B} \times \frac{h}{2} = 0,905\ T/m^2 \times \frac{1,60\ m}{2} = 0,725\ T/m.$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur :

$$d = \frac{1{,}60\ m}{3} = 0{,}533\ m$$

3°- Pression de terre sur BC

Nous avons une pression composée de la pression de la terre mouillée, augmentée de la surcharge représentée par la terre sèche. (1700 kg/m^3)

$$P_{t_B} = (d \times h \times k) + (q \times k)$$
$$= 0 + (1700\ kg/m^3 \times 1{,}60\ m \times 1{,}00\ m \times 0{,}490)$$
$$= 1332\ kg/m^2 \text{ soit } 1{,}33\ T/m^2$$

$$P_{t_C} = (d \times h \times k) + (q \times k)$$
$$= (1600\ kg/m^3 \times 3{,}80\ m \times 0{,}490) + 1332\ kg/m^2$$
$$= 4311\ kg/m^3 \text{ soit } 4{,}31\ T/m^2$$

Poussée des terres sur B.C :

Décomposer le diagramme des pressions en deux figures géométriques simples.

- un rectangle :

$$P_{t_{BC}}(\text{rectangle}) = P_{t_B} \times h$$
$$= 1{,}33\ T/m^2 \times 3{,}80\ m = 5{,}05\ T/m$$

La poussée agit au centre de gravité du rectangle :

$$d = \frac{h}{2} = \frac{3{,}80\ m}{2} = 1{,}90\ m$$

- un triangle :

$$P_{t_{BC}}(\text{triangle}) = (P_{t_C} - P_{t_B}) \times \frac{h}{2}$$
$$= (4{,}31\ T/m^2 - 1{,}33\ T/m^2) \times \frac{3{,}80\ m}{2}$$
$$= 5{,}66\ T/m$$

La poussée agit au centre de gravité du triangle :

$$d = \frac{h}{3} = \frac{3{,}80\ m}{3} = 1{,}27\ m$$

5- Soit un mur de soutènement dont les dimensions sont données à la figure 7.13

Poids spécifique de la terre : 1500 kg/m^3
Angle de frottement interne : $\varphi = 40°$
Poids spécifique du mur : 2500 kg/m^3
Coefficient de frottement sur le sol : f = 0,7
Coefficients de sécurité au glissement et au renversement = 1,5

On demande :

* de vérifier la stabilité au glissement et au renversement
* de calculer les contraintes à la base du mur
* de dessiner les diagrammes des contraintes

R : Poussée des terres :

Poussée sur A.B. = F

$$F_{AB} = d \times \frac{h^2}{2} \times k$$
$$= 1500\ kg/m^3 \times \frac{3{,}60^2}{2} \times 0{,}217$$
$$= 2109{,}24\ kg/m \text{ soit } 2110\ kg/m$$

La poussée agit au 1/3 de la hauteur.

$$\frac{h}{3} = \frac{3{,}60\ m}{3} = 1{,}20\ m$$

Nous supposons la poussée des terres horizontale

Stabilité au glissement :

$$\frac{P \times f}{F} \geq k_1$$

P = poids du mur par mètre courant
f = coefficient de frottement = 0,7
F = poussée des terres = 2110 kg par mètre courant de mur
k_1 = coefficient de sécurité = 1,5

Nous étudions le mur sur un mètre-type de large.

Poids du mur par mètre-courant (P) :

1/2 (0,50 m + 1,50 m) x 3,60 m x 2500 kg/m^3 = 9000 kg

$$\frac{P \times f}{F} = \frac{9000\ kg \times 0,7}{2110\ kg} = 2,985 > 1,5$$

La stabilité au glissement est assurée.

Stabilité au renversement :

$$\frac{Ms}{Mr} \geqslant k$$

Ms = moment stabilisant par rapport au point C

Mr = moment de renversement par rapport au même point C.

Dans le moment stabilisant, le poids du mur s'applique à la verticale du CDG du mur, sur la base BC en contact avec le sol.

Voir la figure 7.14

Recherche analytique du CDG du mur par rapport à l'axe yy' passant par le point C.

Surface S1 = 50 cm x 360 cm = 18.000 cm^2

Surface S2 = 1/2 x 100 cm x 360 cm = 18.000 cm^2

Distance a = distance du CDG de chaque surface jusqu'à l'axe yy'.

pour S1 : a_1 = 100 + 25 = 125 cm

pour S2 : a_2 = 2/3 x 100 = 66,66 cm

Surfaces	Distances de l'axe	Moments S x a
S1 = 18000 cm^2	125 cm	2250 000 cm^3
S2 = 18000 cm^2	66,66 cm	1199 880 cm^3
Σ = 36000 cm^2		3449 880 cm^3

Le CDG du mur de soutènement se trouve à :

$$d_1 = \frac{3449880\ cm^3}{36\ 000\ cm^2} = 95,83 \text{ cm du point C}$$

Le poids P du mur s'applique donc à 95,83 cm du point C. (soit 0,9583 m)

Voir la figure 7.15

$Ms = P \times d_1 = 9000\ kg \times 0,9583\ m = 8624,7\ kg.m$

$Mr = F \times h = 2110\ kg \times 1,20\ m = 2532\ kg.m$

$$\frac{Ms}{Mr} = \frac{8625\ kg.m}{2532\ kg.m} = 3,4064 > 1,5$$

La stabilité au renversement est assurée.

<u>Calcul des contraintes du sol</u> :

Voir la figure 7.16

Toutes les contraintes sont calculées par rapport au CDG de la base du mur, afin de déterminer sont équilibre.
Nous avons deux moments en présence (par rapport à G) :

* le moment de renversement Mr dû à la poussée des terres
* le moment stabilisant Ms dû au poids du mur. Il s'agit d'un moment puisque P ne tombe pas au CDG de la base.

Mr = F x h = 2110 kg x 1,20 m = 2532 kg.m
Ms = P x d_2= 9000 kg x (0,9583 - 0,75) = 1875 kg.m

De ces deux moments, nous allons tirer le moment résultant M_R.
Par rapport au CDG et suivant la convention des signes, le Mr est positif et le Ms est négatif

M_R = + Mr - Ms = + 2532 - 1875 = + 657 kg.m

Nous savons déjà que le point C de la base sera plus chargée que le point B, puisque le moment résultant M_R est positif.
La résultante R (valant +657 kg.m) s'appliquera sur la base C-B à la distance d_3 du point G.

Voir la figure 7.17

$$d_3 = \frac{M_R}{P} = \frac{657\ kg.m}{9000\ kg.m} = 0,073\ m$$

soit à 7,3 cm à gauche de G.

Le Noyau Central a pour dimension longitudinale le tiers de la base BC, réparti de façon égale à gauche et à droite du point G.

NC = $\frac{1}{3}$ x 150 cm = 50 cm ; soit 25 cm à gauche et à droite de G.

La résultante des forces R tombe donc dans le N.C.
La section AB est soumise partout à compression et le diagramme aura la forme d'un trapèze.

$\sigma'_A = \sigma'_{due\ à\ P} - \sigma'_{due\ au\ Ms} + \sigma'_{due\ au\ Mr}$

$= \frac{P}{\Omega} - \frac{Ms}{I/V} + \frac{Mr}{I/V}$

dans lesquels :

P = 9000 kg

Ω = section BC x 1,00 m = 150 cm x 100 cm = 15000 cm^2

Ms = moment stabilisant de P par rapport à G
= 9000 kg x 20,83 = 187470 kg.cm

Mr = moment de renversement de F par rapport à G
= 2110 kg x 120 cm = 253 200 kg.cm

I/V = module d'inertie de la base du mur par rapport à l'axe xx' passant par le CDG de la baxe, soit par G. L'axe est parallèle au bord de la base.

$= \frac{bh^2}{6}$ puisque la section est un rectangle de 120 x 100 cm dans laquelle b = 100 cm et h = 120 cm

$= \frac{150 \times 120^2}{6} = 360.000\ cm^3$

$\sigma'_A = \frac{90000\ kg}{15000\ cm^2} - \frac{187470\ kg.cm}{360000\ cm^3} + \frac{253200\ kg.cm}{360000\ cm^3}$

$= 0,6\ kg/cm^2 - 0,52075\ kg/cm^2 + 0,7033\ kg/m^2$

$= 0,7825\ kg/cm^2$

$\sigma'_B = \frac{P}{\Omega} + \frac{Ms}{I/V} - \frac{Mr}{I/V}$

$= 0,6\ kg/cm^2 + 0,52075\ kg/cm^2 - 0,7033\ kg/cm^2$

$= 0.4174\ kg/cm^2$

Nous avons compression partout.

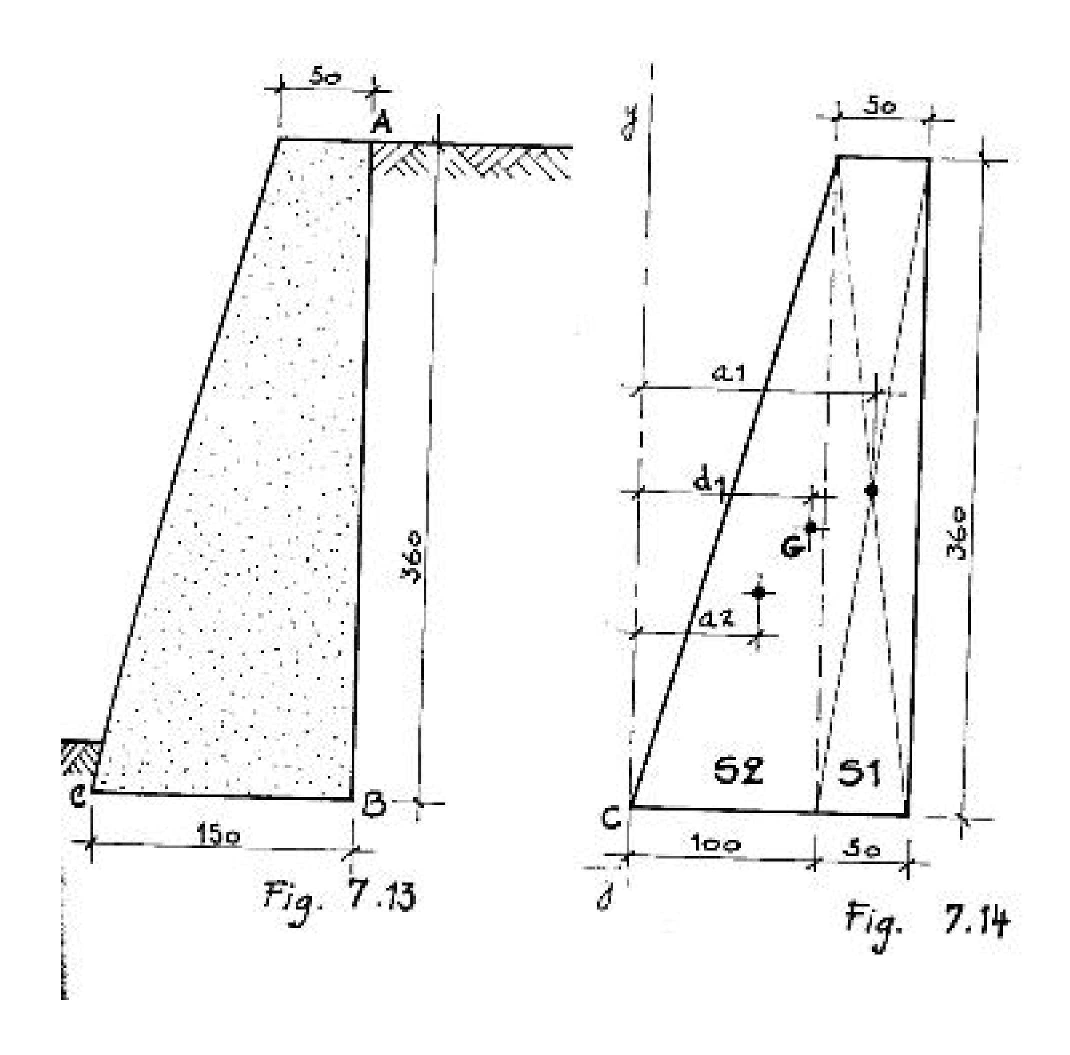
On peut également faire le calcul avec :

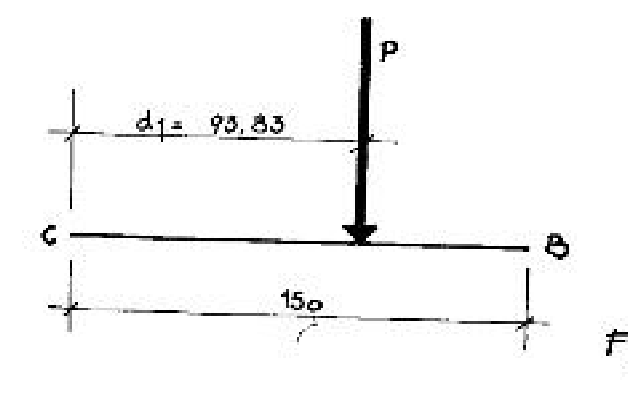
$\sigma'_{A'} = \frac{P}{\Omega} + \frac{Mr}{I/V}$

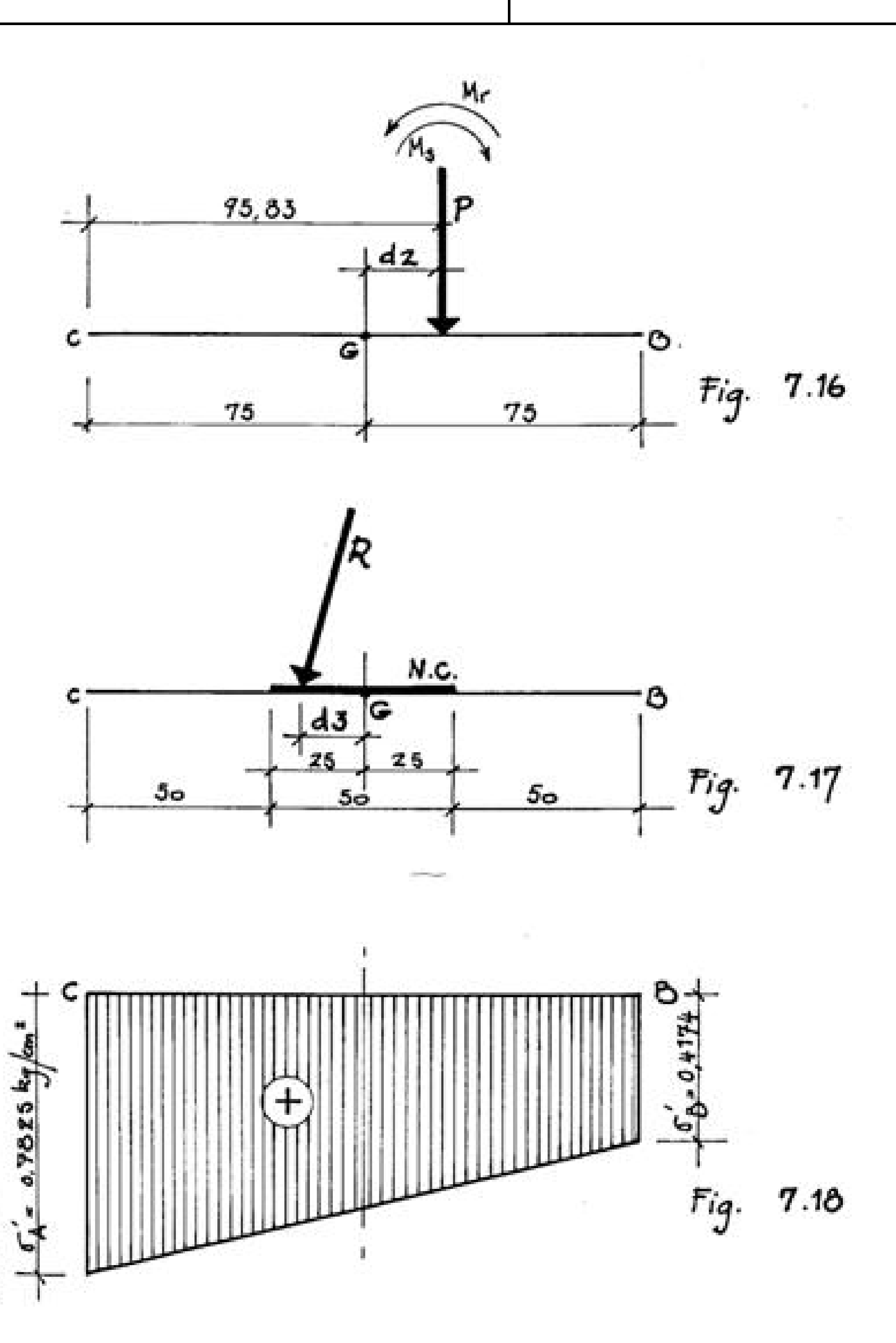
$\sigma'_B = \frac{P}{\Omega} + \frac{Mr}{I/V}$

Diagramme des contraintes :

Voir la figure 7.18


50
A
360
C
B
150
Fig. 7.13
y
50
a1
d1
G
a2
360
S2
S1
C
100
50
Fig. 7.14


P
d1 = 93,83
C
B
150
Fig. 7.15


Mr
Ms
95,83
P
dz
C
G
B
75
75
Fig. 7.16
R
N.C.
C
G
B
d3
25
25
50
50
50
Fig. 7.17
C
B
σ'A = 0,9825 kg/cm²
σ'B = 0,4174
+
Fig. 7.18

Applications murs de soutènement

Mur de type poids : Application

Soit à réaliser un mur de soutènement du type "poids" se trouvant dans le cas de la fig. 8.12
avec i = 20°

α = 0

h = 4,00 ml largeur 1,20

Nota : La paroi AA' est verticale d'où $\alpha = 0$

Δ = 1,6 tf/m³

Ø = 30°

Calculer : 1) la valeur de la poussée Q par ml de mur.

2) le moment de renversement.

3) en déduire le moment de stabilité.

4) quelles solutions proposer pour résoudre le problème ?

5) déterminer de nouvelles valeurs pour B etb.

Solution :

1) - Valeur de Q

$$Q = 1/2\ K\ \Delta\ h^2$$

D'après le tableau pour α = 0 et i = 20°
Ø = 30°

K = 0,44

d'où Q = 1/2 0,44 x 1,6 x 4,00² =

5,650 tf par ml de mur

Voir la figure 8.14

Echelle 1/50 4,00 = 8 cm pour les longueurs

Echelle des forces 1 cm = 1^T Q = 5,65 cm

Valeur de P (poids du mur)

Densité du béton 1,8^T/m³

4,00 x 1,20 x 1,8^T = 8,64^T/ml

P = 8,64 cm

2) - Valeur du Moment de renversement

M^t_c Q = 5,65^T x CH

CH = 1,7 cm = 1,7 x 50 = 85 cm = 0,85 ml

d'où $M_c^t Q = 5{,}65^T \times 0{,}85 = 4{,}80 \; m^T$

3) - Valeur du moment de stabilité

$M_c^t P = 8{,}64^T \times CI$

$CI = 1{,}15 \; cm = 1{,}15 \times 50 = 0{,}58 \; ml$

$M_c^t P = 8{,}64 \times 0{,}58 = 5{,}00 \; m^T$

On constate que le moment de stabilité (M_S) est supérieur au moment de renversement (M_R)

Cependant il nous faut :

$$\frac{M_S}{M_R} = K \quad 1{,}5 < K < 2$$

prenons $K = 1{,}5$

d'où $\frac{M_S}{M_R} = 1{,}5$

d'où $M_S = 1{,}5 \; MR$

d'où $M_S = 4{,}80 \; m^T \times 1{,}5 = 7{,}20 \; m^T$

Nouvelle valeur de CI

$$\frac{7{,}20 \; m^T}{P} = \frac{7{,}20}{8{,}4} \cong 0{,}90 \; ml$$

4) - Solutions proposées possibles

a) Augmenter le poids du mur P.

b) Modifier les dimensions de l'ouvrage de la manière suivante :

- augmenter la dimension à la base (B)
- diminuèr la dimension à la tête (b)

Nota : Ce changement de dimensions ne devra pas diminer la section, c'est à dire le poids P.

5) - Détermination des nouvelles valeurs de b et B.

Voir la figure 8.13

La section S ne change pas et par conséquent P reste le même.

$S + S_2 - S_1 = S$ car $S_1 = S_2$

Nouvelles dimensions du mur

b = 0,60 ml
B = 1,80 ml
P = 8,4^{T}/ml
h = 4,00 ml

6) - Vérification

Détermination graphique fig. 8.13 du C.D.G. (point O') lieu de passage de résultante P du mur ayant actuellement la forme d'un trapèze.

Valeur de CI (Bras de levier)

Sur le tracé CI = 2,25 cm x 50 = 1,12 ml

1,12 > 0,90 minimum

d'où nouveau moment de stabilité
$M_S = 8,4^T \times 1,12 = 9,40\ m^T$

$K = \frac{M_S}{M_R} = \frac{9,4}{4,8} \simeq 1,95$ compris entre 1,5 et 2

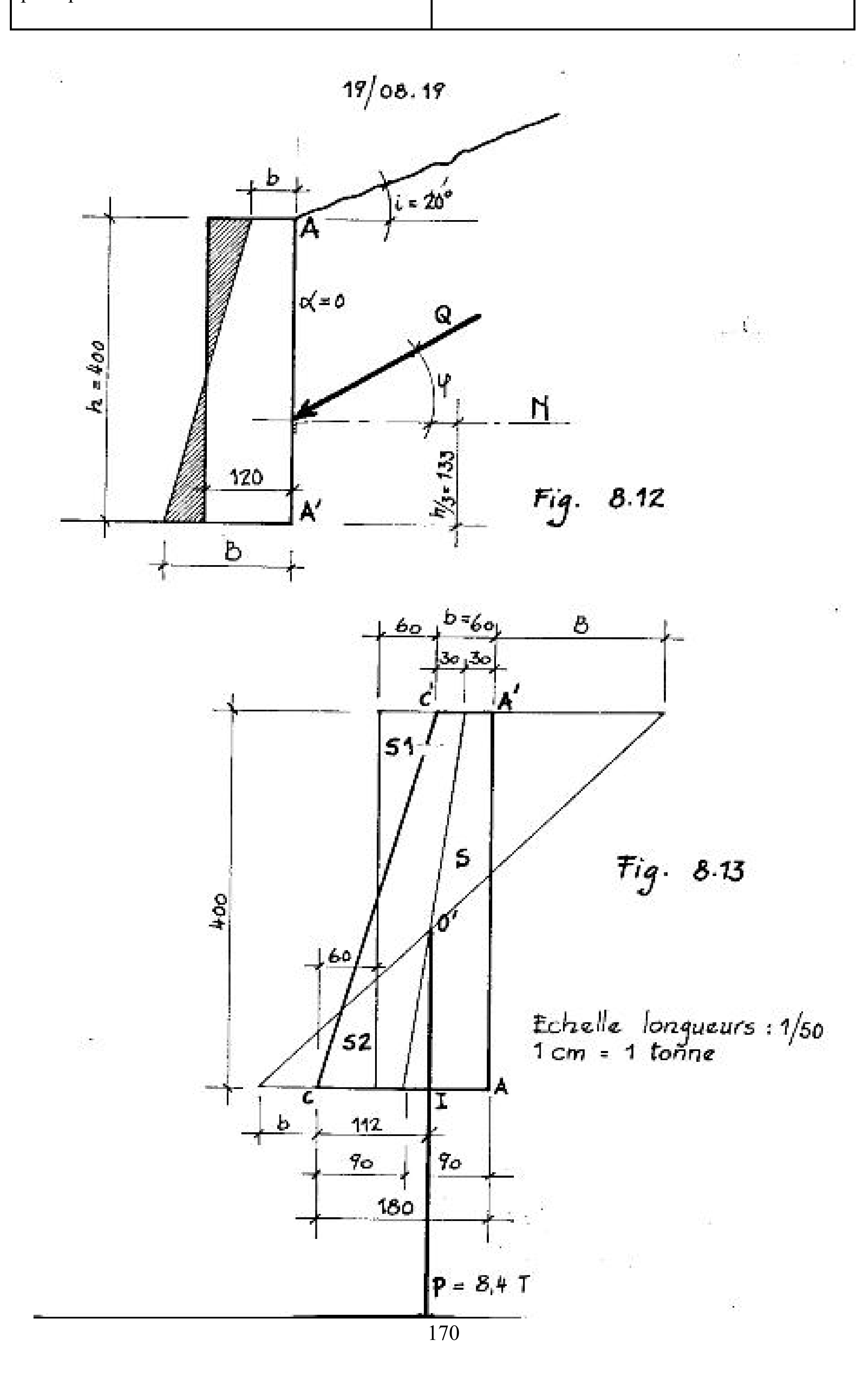


Fig. 8.12

Fig. 8.13

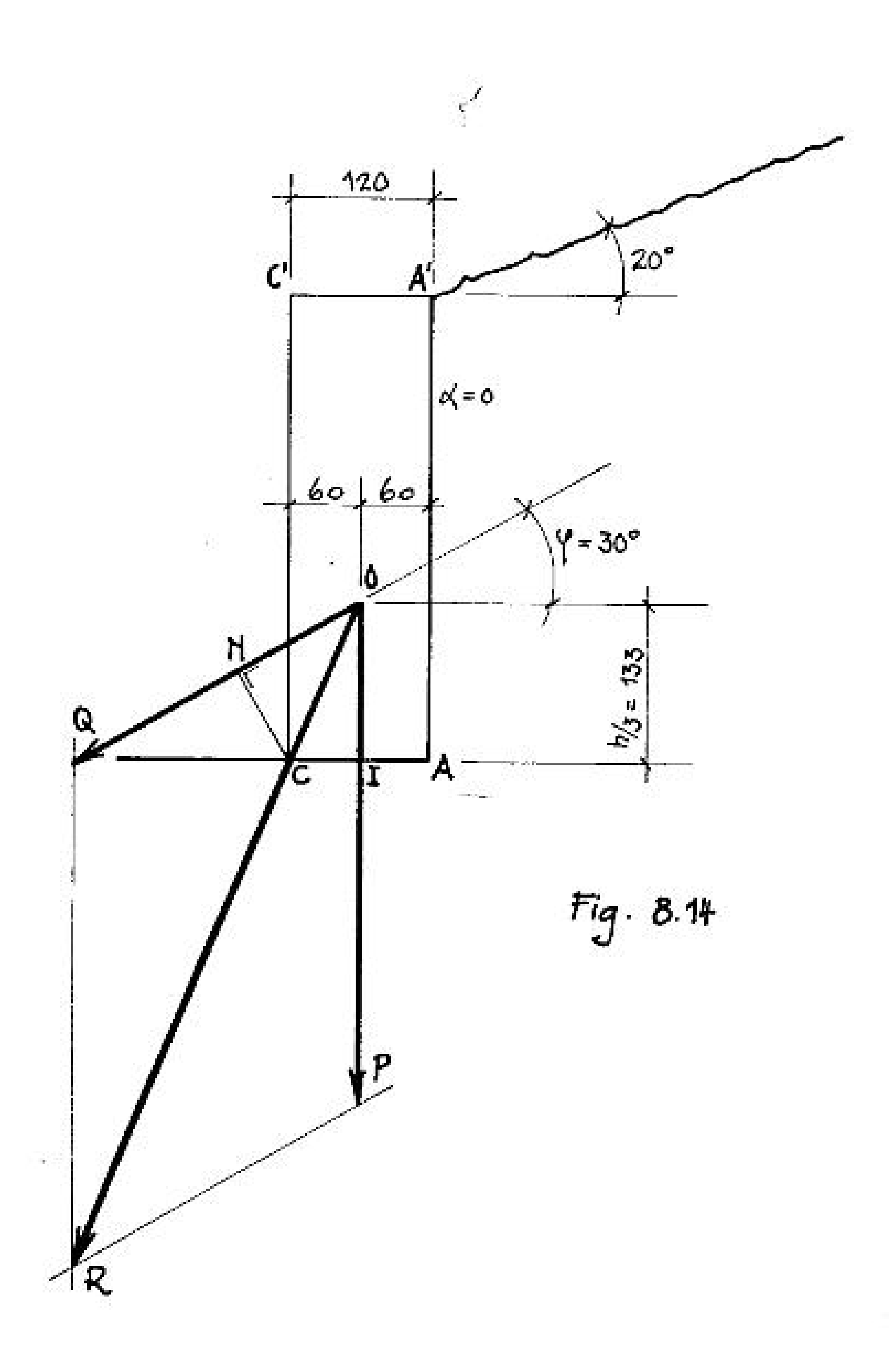
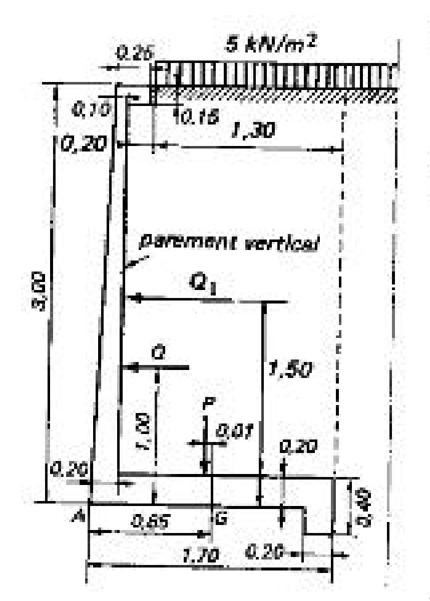


Fig. 8.14

5. Application numérique

Soit à étudier, avec les données indiquées ci-dessous, le mur de soutènement représenté sur la figure 16.
Poids spécifique des terres : Δ = 16 000 N/ m^3 ;
Angle du talus naturel φ = 35° ;
Résistance admissible du sol de fondation : 0,20 MPa ;
Coefficient de frottement : f = 0,35 ;
Surcharge éventuelle sur le remblai : 5 kN/m² ;
Les matériaux constituant le mur ont les caractéristiques suivantes :



Béton : f_{c28} = 25 MPa
$\overline{\sigma}_b$ = 14,2 MPa
f_{t28} = 2,10 MPa
Armatures : Aciers Fe E 400, γ_s = 1,15.
La fissuration est préjudiciable.

Fig. 16.

b) <u>Etats-limites ultimes.</u>

Pour une tranche de 1 m nous avons :
Poussée des terres : Q= 0,270 x 16 000 x 3²/2 = 19 440 N, force appliquée à 3/3 = 1m au dessus de A.
Poussée due à la surcharge : Q_1 = 0,270 x 5 000 x 3 = 4 050 N force appliquée à 3/2 = 1,50 m au-dessus de A.
Charges verticales : nous négligerons le poids de la nervure de raidissement et celui de la bêche.

Poids de rideau : $\frac{0.10 + 0.20}{2}$ x 2,80 x 25 000 =10 500 N

Poids de la semelle : 1,70 x 0,20 x 25 000 = 8 500 N

Poids des terres sur la semelle : 2,80 x 1,50 x 16 000 = 67 200 N

P= 86 200 N

Surcharge sur le remblai : 1,30 x 5 000 = P_1 = 6 500 N

$P+P_1$ = 92 700 N

Moments des différentes forces par rapport à A :

$M^Q{}_A$ = 19 440 x 1 = 19 440 Nm

$M^{Q1}{}_A$ = 4 050 x 1,50 = 6 075 Nm

$$M^P{}_A = 10500\times 0.12 + \frac{8500\times 1.70}{2} + 67200\left(\frac{1.50}{2} + 0.20\right) = 72325 N.m$$

(0,12 représente la distance du centre de gravité du trapèze, constitué par le rideau, au point A).

$$M^{P1}{}_A = 6500\left(\frac{1.30}{2} + 0.40\right) = 6825 N.m$$

Il est à noter que la poussée des terres est une action permanente et doit donc être affectée du coefficient 1,35, tandis que la surcharge sur le remblai est une action variable à laquelle doit être appliquée le coefficient 1,50. Toutefois ces coefficients ne sont pas à prendre en considération lorsqu'ils agissent dans un sens favorable pour l'effet étudié (voir ci-après le calcul de $\frac{M_s}{M_r}$ et le calcul de $\frac{Q}{P}$

Lorsqu'il n'existe pas de surcharge sur le remblai, nous avons :

$$\frac{M_s}{M_r} = \frac{72325}{1.35\times 19440} = 2.75$$

$$\frac{Q}{P} = \frac{1.35\times 19440}{86200} = 0.30$$

La résultante P passe à $\frac{72325}{86200}$ = 0,84 m du point A, soit à 0,01m du milieu G de la semelle. D'où :

M_G = 1,35 x 19 440 x 1 + 1,35 x 86 200 x 0,01 = 27 408 Nm.

(Si le point de passage de la résultante P s'était trouvé à droite de G, cette résultante aurait présenté un effet favorable pour le calcul de M, et par conséquent de σ'_A . Dans ce cas il n'y aurait pas eu lieu de considérer le coefficient 1,35).

Comme N = 1,35 x 86 200 = 116 370 N, M_G = 27 408 Nm et a = 1,70 m;

σ'_A = 0,125 MPa σ'_B = 0,011 MPa.

Lorsque la surcharge existe sur le remblai, nous avons :

$$\frac{M_s}{M_r} = \frac{72325 + 6825}{1.35\times 19440 + 1.50\times 6075} = 2.23$$

$$\frac{Forces horizontales}{Forces verticales} = \frac{1.35\times 19440 + 1.50\times 4050}{92700} = 0.35$$

La résultante des forces verticales passe à $\frac{72325+6825}{92700} = 0.85m$ du point A, c'est-à-dire par le centre de gravité de la semelle. D'où :
M_G = 1,35 x 19 440 +1,50 x 6 075 = 35 356 Nm
Puisque pour la résultante des forces verticales le bras de levier est nul.
Comme N = 1,35 x 86 200 + 1,50 x 6 500 = 126 120 N, M_G= 35 356 Nm
et a = 1,70 m ;

$$\sigma'_A = 0,148 \text{ MPa} \qquad \sigma'_B = 0,001 \text{ MPa}.$$

Pour la détermination des armatures du rideau, nous étudierons la section d'encastrement du rideau sur la semelle, c'est-à-dire la section située à 2,80 m au-dessous du sommet du mur. Nous avons :

Q = 0,270 x 16 000 x $2,80^2/2$ = 16 934 N
Q_1 = 0,270 x 5 000 x 2, 80 = 3 780 N

$$M = 1,35 \times 16\,934 \times \frac{2.80}{3} + 1,50 \times 3\,780 \times \frac{2.80}{2} = 29\,275 \text{ Nm}$$

$$\mu = \frac{29275}{14.2 \times 100 \times 17.5^2} = 0.067 < \mu_l$$

α_u =0.087
Z = 0.169 m

$$A = \frac{29275.10^{-6}}{0.169 \times 348} = 4.98 cm^2$$

Effort tranchant maximal :
V_u = 1,35 x 16 934 + 1,50 + 3 780 = 28 531

$$\tau_u = \frac{28531}{1000 \times 175} = 0,16 \text{ MPa} < 0,05 f_{c28} = 1,25 \text{MPa}$$

Il n'est donc pas nécessaire de prévoir d'armatures transversales.

Pour les armatures de la semelle, étant donné que dans la section située au droit du rideau le moment d'encastrement a également pour valeur
M = 29 275 Nm (voir paragraphe 3, ci-dessus), et que l'épaisseur de la semelle est la même que celle du rideau, les armatures longitudinales seront les mêmes que celles déterminées ci-dessus.

b) Etas-limites de service.

Il nous suffit de vérifier l'une des deux sections d'encastrement puisque ces deux sections sont identiques.

$$M = 16\,934 \times \frac{2.80}{3} + 3\,780 \times \frac{2.80}{2} = 21\,097 \text{ Nm}$$

la fissuration étant préjudiciable, la valeur maximale de σs est de 240 MPa

$$\mu = \frac{21097}{100 \times 17.5^2 \times 240} = 0.00287 \qquad \beta = 0.912 \qquad k = 0.024$$

$$A = \frac{21097}{0.912 \times 17.5 \times 240} = 5.50 cm^2$$

Cette valeur étant supérieure à celle trouvée au paragraphe a), c'est elle que nous retiendrons.
σ_b= 0,024 x 240 = 5,76 MPa< 0,6f_{c28} = 0,6 x 25 = 15 MPa.

c) <u>Ferraillage du mur.</u>

Compte tenu des résultats précédents nous aurons:

-pour le rideau, 1 Ø 10 tous les 14 cm = 5,61 cm^2 ; une armature sur deux sera arrêtée à mi-hauteur du mur. Les armatures de répartition seront constituées par 3 Ø 8 par mètre sur la moitié inférieure du rideau et 3 Ø 6 sur la moitié supérieure.

- pour la semelle, 1 Ø 10 tous les 14 =cm = 5,61 cm^2 ; les armatures de répartition seront constituées par 3 Ø 8 par mètre.

- la bêche qui, dans le cas envisagé, n'a pas à être étudiée sera armée de 2 Ø 10 à la partie supérieure et de 2 Ø 10 à la partie inférieure. Les cadres en Ø 6, seront espacés de 25 cm.

- la nervure de raidissement, qui ne se calcule pas, sera armée de
4Ø 6 et de cadres en Ø 6, espacés de 25 cm.

Ancrage des barres : la longueur de la partie ancrée, mesurée hors crochets, pour les aciers Fe E 400 est de 16 Ø , soit dans le cas envisagé, avec Ø = 10 mm = 1 cm, une longueur d'ancrage de 16 cm.
Nous disposons de :

20 cm -3 cm (enrobage) = 17 cm.

Par conséquent, il suffira de prévoir, aux extrémités des barres, un crochet normal.
Le plant de ferraillage du mur, répondant aux conditions ci-dessus, est représenté sur la figure 17.

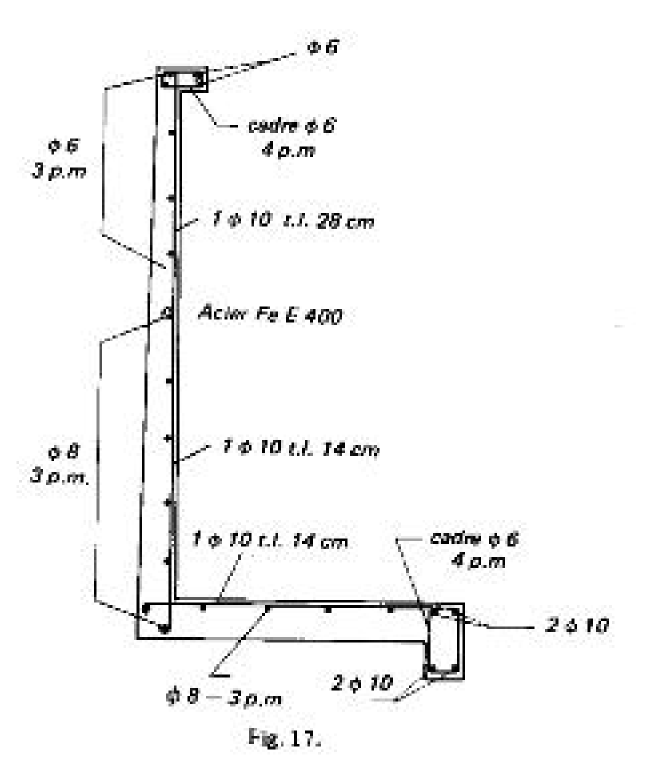


Fig. 17.